

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

**УТВЕРЖДАЮ**

Заведующий кафедрой  
Системного анализа и управления  
(Курбатов В.Г.)

*Курбатов*

подпись, расшифровка подписи

23.03.2024г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.В.ДВ.01.01 Математическая теория оптимальных процессов  
Код и наименование дисциплины в соответствии с Учебным планом

**1. Шифр и наименование направления подготовки/специальности:**

01.04.02 Прикладная математика и информатика

**2. Профиль подготовки/специализации / магистерская программа:**

Базовый блок дисциплин

**3. Квалификация (степень) выпускника:** магистр

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**

Системного анализа и управления

**6. Составители программы:** Задорожний В.Г., д. ф-м.н, профессор.

**7. Рекомендована:** Научно-методическим советом факультета прикладной математики, информатики и механики (протокол №5 от 22.03.2024)

*структуры, дата, номер протокола*

**8. Учебный год:** 2025/26

**Семестр(-ы):** 3

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины:

*Целями освоения учебной дисциплины являются:*

– освоение основных методов нахождения оптимального управления систем, описываемых обыкновенными дифференциальными уравнениями и знакомство с конкретными прикладными задачами оптимального управления для формирования умений и навыков проводить работу по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований; обработки, интерпретирования, оформления и представления профессиональному обществу результаты проведенных исследований.

*Задачи учебной дисциплины:*

- ознакомление студентов с необходимыми условиями оптимальности, условиями трансверсальности;
- изучение численных методов нахождения оптимального управления;
- формирование практических навыков анализа и обработки информации по тематике исследований;
- формирование навыков анализа информации для обработки данных, полученных в рамках проведенных исследований.

**10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:** (цикл, к которому относится дисциплина, требования к входным знаниям, умениям и компетенциям, дисциплины, для которых данная дисциплина является предшествующей)

Вариативная часть, дисциплина по выбору. Требуется уверенное владение техникой дифференцирования и интегрирования. Основы линейной алгебры и векторного исчисления. Требуется владение основами функционального анализа, теории дифференциальных уравнений и численными методами.

**11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные спланируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:**

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен проводить работы по обработке и анализу научно-технической информации, результатов исследований	ПК-1.2	Анализирует и обрабатывает информацию по тематике исследований.	<p>Знать: классические математические методы для применения системного подхода при построении логических и математических моделей поставленных задач</p> <p>Уметь: проводить систематизацию наблюдаемых данных, подбирать адекватные логические и математические модели для решения поставленных задач</p> <p>Владеть: практическим опытом подбора наиболее адекватных источников информации по заданной теме, а также составление обзоров на основе найденных источников</p>

ПК-3	Способен обрабатывать, интерпретировать, оформлять и представлять профессиональному обществу результаты проведенных исследований.	ПК-3.1	Использует современные методы анализа информации для обработки данных, полученных в рамках проведенных исследований.	<p>Знать: современные методы анализа информации для обработки данных</p> <p>Уметь: решать задачи теоретического и прикладного характера из различных разделов прикладной математики, доказывать утверждения, строить модели объектов и понятий</p> <p>Владеть: Методами решения типовых уравнений и методами качественного исследования уравнений</p>
------	---	--------	--	---

**12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час.(в соответствии с учебным планом)— 3 / 108.**

**Форма промежуточной аттестации(зачет/экзамен) \_\_\_\_\_зачет \_\_\_\_\_**

### 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость			
		Всего	По семестрам		
			3		...
Аудиторные занятия		32	32		
в том числе:	лекции	16	16		
	практические	0	0		
	лабораторные	16	16		
Самостоятельная работа		76	76		
в том числе: курсовая работа (проект)					
Форма промежуточной аттестации (зачет – 0 час. / экзамен – ____ час.)					
Итого:		108	108		

### 13.2 Содержание разделов дисциплины:

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
<b>1. Лекции</b>			
1.1	<i>Математическое моделирование реактора пиролиза бензина Оптимизация в клас-</i>	<i>Сведение задач к минимизации функций нескольких переменных</i>	МТОП <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12247">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12247</a>

	<i>се функций</i>		
1.2	<i>Принцип максимума Понтрягина</i>	<i>Необходимые условия минимума. Условия трансверсальности. Необходимые и достаточные условия слабого и сильного минимума в задачах вариационного исчисления. Метод градиентного спуска в задачах оптимального управления.</i>	МТОП <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12247">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12247</a>
1.3	<i>Метод динамического программирования</i>	<i>Принцип оптимальности Беллмана. Решение задач с помощью уравнения Беллмана. Комбинаторные задачи.</i>	МТОП <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12247">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12247</a>
<b>2. Практические занятия</b>			
<b>3. Лабораторные работы</b>			
2.1	<i>Оптимизация в классе функций</i>	<i>Выбор классов функций. Метод золотого сечения.</i>	МТОП <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12247">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12247</a>
2.2	<i>Принцип максимума Понтрягина</i>	<i>Необходимые условия минимума. Условия трансверсальности. Необходимые и достаточные условия слабого и сильного минимума в задачах вариационного исчисления. Метод градиентного спуска в задачах оптимального управления.</i>	МТОП <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12247">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12247</a>
2.3	<i>Метод динамического программирования</i>	<i>Принцип оптимальности Беллмана. Решение задач с помощью уравнения Беллмана. Комбинаторные задачи.</i>	МТОП <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12247">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12247</a>

### 13.3. Разделы дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лек- ции	Прак- тические	Лабора- торные	Самостоя- тельная ра- бота	Всего
1	<i>Математическое моделирование реактора пиролиза бензина Оптимизация в классе функций</i>	2		2	24	28
2	<i>Принцип максимума Понтрягина</i>	7		7	24	38
3	<i>Метод динамического</i>	7		7	24	38

	программирования					
	Итого:	16		16	72	108

#### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Материал по каждой теме излагается последовательно с использованием ранее введенных определений, обозначений и доказательств. Необходима постоянная самостоятельная проработка и усвоение изложенного на занятиях материала.

Программа предусматривает большой объем самостоятельной работы. Имеются учебные пособия. Желателен просмотр материала по данной учебной дисциплине с опережением лекций с использованием рекомендуемой в данной учебной программе литературы.

Приветствуются вопросы студентов по теме учебной дисциплины и смежным вопросам в ходе аудиторных занятий.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной

**15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины** (список литературы оформляется в соответствии с требованиями ГОСТ и используется общая сквозная нумерация для всех видов источников)

всех видов источников)

##### а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Певзнер, Л. Д. Теория систем управления : учебное пособие / Л. Д. Певзнер. — 2-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 424 с. — ISBN 978-5-8114-1566-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/168877">https://e.lanbook.com/book/168877</a> (дата обращения: 26.11.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2	Алексеев, В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи : учебное пособие / В. М. Алексеев, Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. — 256 с. — ISBN 978-5-9221-0590-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/2097">https://e.lanbook.com/book/2097</a> (дата обращения: 26.11.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

##### б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Задорожний В.Г. Методы оптимизации : пособие для студентов / В.Г. Задорожний, Е.Л. Ульянова. — Воронеж : Изд-во Воронеж, ВГУ, 2004. — 31 с.
4	Афанасьев В.Н. Математическая теория конструирования систем управления / В.Н. Афанасьев, В.Б. Колмановский, В.Р. Носов. — М. :Высш. Шк. — 2003. — 615 с.
5	Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач/ Ф.П.Васильев, М.: Наука. — 1980.
6	Васильев Ф.П. Методы оптимизации/ Ф.П. Васильев , М.: МЦНМО. — 2011, - 434 с.
7	Ширяев, В.И. Исследование операций и численные методы оптимизации / В.И. Ширяев. - М.: Ленанд, 2017. - 224 с.
8	Ширяев, В.И. Исследование операций и численные методы оптимизации: Учебное пособие / В.И. Ширяев. - М.: Ленанд, 2015. - 216 с.

**в) информационные электронно-образовательные ресурсы:**

№ п/п	Источник
9	<a href="http://www.vsu.ru">www.vsu.ru</a> ЗНБ ВГУ
10	Белоусова Е.П., Коструб И.Д. Методы оптимизации <a href="http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/nov051111.pdf">http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/nov051111.pdf</a>
11	<a href="http://e.lanbook.com/">http://e.lanbook.com/</a> Электронно-библиотечная система "Издательство "Лань"
12	МТОП / В. Г. Задорожний. — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12247">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12247</a> .

**16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы** (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Лесин, В. В. Основы методов оптимизации : учебное пособие / В. В. Лесин, Ю. П. Лисовец. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 344 с. — ISBN 978-5-8114-1217-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/168975">https://e.lanbook.com/book/168975</a> (дата обращения: 26.11.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2	Певзнер, Л. Д. Теория систем управления : учебное пособие / Л. Д. Певзнер. — 2-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 424 с. — ISBN 978-5-8114-1566-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/168877">https://e.lanbook.com/book/168877</a> (дата обращения: 26.11.2021). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3	МТОП / В. Г. Задорожний. — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12247">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=12247</a>

**17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):**

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «МТОП», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

**18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:**

Лекции и практические занятия: лекционная аудитория, учебная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения). Лабораторные работы: компьютерный класс, учебная мебель, компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран).

ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Chrome, Яндекс.Браузер, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader; пакет стандартных офисных приложений для работы с документами, таблицами (MS Office, МойОфис, LibreOffice).

Лабораторные занятия: специализированная аудитория, оснащенная учебной мебелью и персональными компьютерами для индивидуальной работы с возможностью подключения к сети «Интернет» (компьютерные классы, студии).

ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Chrome, Яндекс.Браузер, Mozilla Firefox), ПО IntelliJ IDEA Community Edition, Anaconda, Maxima, пакет прикладных программ Matlab

## 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	1 Математическое моделирование реактора пиролиза бензина. Оптимизация в классе функций	ПК-1	ПК-1.2	Лабораторные работы.
	2. Принцип максимума Понтрягина	ПК-3	ПК-3.1	
	3. Метод динамического программирования			
Промежуточная аттестация форма контроля - зачет				Перечень вопросов см. ниже.

## 20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

### 20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль текущей успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: домашние задания, лабораторные работы.

Темы задач для лабораторных работ

1. Метод Рунге-Кутты.
2. Программа интегрирования системы уравнений химического реактора..
3. Метод золотого сечения оптимизации в классе функций, зависящих от одного параметра.
4. Найти оптимальную функцию методом деления отрезка пополам.
5. Выбрать класс функций, зависящих от двух параметров.
6. Решить задачу методом градиентного спуска.

### *Описание технологии проведения собеседования по лабораторным работам*

Средство промежуточного контроля усвоения разделов дисциплины, организовано в виде собеседования преподавателя и обучающегося онлайн.

### *Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания*

**Оценка «зачтено»** выставляется, если обучающийся предъявляет работающие компьютерные решения большинства заданий лабораторных работ и показывает понимание реализуемых алгоритмов в объеме, необходимом для предстоящей профессиональной деятельности; подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне.

**Оценка «незачтено»** выставляется, если обучающийся не в состоянии объяснить алгоритмы и запрограммировать более 1/3 всех заданий; не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

## **20.2 Промежуточная аттестация**

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: собеседование по экзаменационным билетам к зачету

### **Вопросы для подготовки к зачету.**

1. Общая постановка задачи оптимального управления.
2. Задача об оптимизации работы химического реактора.
3. Оптимизация в классе функций от одной переменной.
4. Оптимизация в классе функций, зависящих от двух переменных.
5. Необходимые условия минимума в задаче с фиксированными концами времени.
6. Принцип максимума Понтрягина.
7. Условия трансверсальности.
8. Разностный метод решения задачи оптимального управления.
9. Градиентный метод в задачах оптимального управления.
10. Метод динамического программирования.

### *Описание технологии проведения зачета*

Средство промежуточного контроля усвоения разделов дисциплины, организованное в виде собеседования преподавателя и обучающегося.

### **Контрольно-измерительный материал №1\_**

1. Задача об оптимизации работы химического реактора.
2. Выписать уравнение Беллмана для задачи:

$$\int_0^1 (\sin^2(x(t)u(t)) + u^2(t))dt \rightarrow \min$$

### **Контрольно-измерительный материал №2\_\_**

1. Условия трансверсальности.
2. Выписать необходимые условия оптимальности в задаче

$$\int_0^1 \left( x^2 - \frac{1}{2} x'^2 \right) dt$$
$$x(0) = 0, \quad x(1) = 1.$$



### *Описание технологии проведения экзамена*

Средство промежуточного контроля усвоения разделов дисциплины, организованное в виде собеседования преподавателя и обучающегося.

### *Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания*

**Оценка «зачтено»** выставляется, если обучающийся показывает знание основного материала в объеме, необходимом для предстоящей профессиональной деятельности; не в полной мере демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций; выполнил не менее 2/3 всех предложенных заданий и задач или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой ошибки и трех недочетов, при наличии четырех-пяти недочетов; допускает незначительные ошибки при оформлении работы; подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне.

**Оценка «незачтено»** выставляется, если обучающийся имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала по дисциплине; если число ошибок и недочетов в работе превысило норму для оценки «зачтено» или обучающийся выполнил правильно менее 2/3 всех заданий и задач; допускает грубые ошибки при оформлении работы; не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.