

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой  
Системного анализа и управления  
проф. Курбатов В.Г.  
31.03.2025г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ**

Б1.О.26 Дифференциальные уравнения

**1. Код и наименование специальности:**

10.05.01 Компьютерная безопасность

**2. Профиль специализации:**

Безопасность компьютерных систем и сетей

Математические методы защиты информации

**3. Квалификация выпускника:** специалист

**4. Форма обучения:** очная

**5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:** системного анализа и управления

**6. Составители программы:** Е.П. Белоусова, к.ф.-м.н., доцент кафедры системного анализа и управления

**7. Рекомендована:** НМСфакультета Прикладной математики, информатики и механики № 6 от 17.03.2025 г.

**8. Учебный год:** 2026-2027

**Семестр** 3

## 9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- сформировать у студентов современные теоретические знания в области обыкновенных дифференциальных уравнений и практические навыки в решении и исследовании основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений;
- познакомить студентов с начальными навыками математического моделирования:

Задачи учебной дисциплины:

- обучение студентов применению на практике методов построения математических моделей в виде дифференциальных уравнений;
- освоение основных методов решения дифференциальных уравнений;
- обучение основным положениям теории: устойчивость, существование решений, качественные свойства решений.

## 10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к обязательной части Блока 1. Для её успешного освоения требуется знание основных разделов курса математического анализа, линейной алгебры.

## 11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-3	Способен на основании совокупности математических методов разрабатывать, обосновывать и реализовывать процедуры решения задач профессиональной деятельности.	ОПК-3.43	Знает основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений и методы их решения	Знать: основные типы обыкновенных дифференциальных уравнений и методы их решения.  Уметь: применять на практике методы решения основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений.  Владеть: базовыми инструментами для решения основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений.
		ОПК-3.58	Владеет навыками решения основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений	Знать: методы решения основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.  Уметь: применять на практике методы решения основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.  Владеть: навыками решения основных типов обыкновенных дифференциальных уравнений и систем дифференциальных уравнений.

## 12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. 2 / 72.

Форма промежуточной аттестации - Зачет с оценкой.

## 13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	Всего	По семестрам

		3	№ семестра	...
Аудиторные занятия		54	54	
в том числе:	лекции	36	36	
	практические	18	18	
	лабораторные			
Самостоятельная работа		18	18	
в том числе: курсовая работа (проект)				
Форма промежуточной аттестации - зачет с оценкой		0	0	
Итого:		72	72	

### 13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
<b>1. Лекции</b>			
1.1	Уравнения первого порядка	Дифференциальные уравнения: с разделяющимися переменными, однородное, линейное уравнение, уравнение Бернулли, уравнение в полных дифференциалах. Теорема Коши-Липшица существования и единственности решения начальной задачи. Геометрическая интерпретация. Уравнения допускающие понижение порядка.	Б1.О.26 Дифференциальные уравнения <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804</a>
1.2	Уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами.	Дифференциальные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. Фундаментальная система решений. Матрица и определитель Вронского. Взаимно-однозначное соответствие между уравнением n-го порядка и системой n дифференциальных уравнений первого порядка. Формула Остроградского-Лиувилля. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных.	Б1.О.26 Дифференциальные уравнения <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804</a>
1.3	Уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.	Уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Общее решение однородного уравнения (случай простых и кратных корней). Квазимногочлены. Общее решение неоднородного уравнения (резонансный и нерезонансный случаи). Задача Коши.	Б1.О.26 Дифференциальные уравнения <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804</a>
1.4	Линейные системы дифференциальных уравнений.	Линейные системы дифференциальных уравнений. Теорема существования и единственности. Формула Якоби. Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Матричная экспонента. Метод вариации произвольных постоянных.	Б1.О.26 Дифференциальные уравнения <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804</a>
1.5	Устойчивость.	Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость, признаки устойчивости решений (спектральный, критерий Рауса-Гурвица). Устойчивость по первому приближению.	Б1.О.26 Дифференциальные уравнения <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804</a>
1.6	Фазовая плоскость. Первые интегралы.	Фазовая плоскость. Траектории. Первые интегралы. Особые точки.	Б1.О.26 Дифференциальные уравнения <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804</a>
<b>2. Практические занятия</b>			
2.1	Уравнения первого порядка	Дифференциальные уравнения: с разделяющимися переменными, линейное уравнение, уравнение Бернулли, уравнение в полных дифференциалах, уравнения допускающие понижение порядка.	Б1.О.26 Дифференциальные уравнения <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804</a>

2.2	Уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами.	Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами. Взаимно-однозначное соответствие уравнения n-го порядка и системы n дифференциальных уравнений первого порядка. Нахождение частного решения. Формула Остроградского-Лиувилля.	Б1.О.26 Дифференциальные уравнения <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804</a>
2.3	Уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.	Линейные однородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами (случай простых и кратных корней). Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Резонансный и нерезонансный случаи. Задача Коши.	Б1.О.26 Дифференциальные уравнения <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804</a>
2.4	Линейные системы дифференциальных уравнений.	Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных.	Б1.О.26 Дифференциальные уравнения <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804</a>
2.5	Устойчивость.	Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость, признаки устойчивости решений. Устойчивость по первому приближению.	Б1.О.26 Дифференциальные уравнения <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804</a>
2.6	Фазовая плоскость. Первые интегралы. Особые точки.	Фазовая плоскость. Первые интегралы. Особые точки.	Б1.О.26 Дифференциальные уравнения <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804</a>

### 13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1.	Уравнения первого порядка	10	4		4	16
2.	Уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами.	2	2		2	12
3.	Уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.	8	4		4	14
4.	Линейные системы дифференциальных уравнений.	6	4		4	12
5.	Устойчивость	4	2		2	8
6.	Фазовая плоскость. Первые интегралы. Особые точки.	6	2		2	10
	Итого:	36	18		18	72

### 14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Курс предполагает отведение большого числа разделов на самостоятельную работу студентов. Приведенные источники позволяют в полной мере самостоятельно изучить студентами данные разделы.

Материал по каждой теме излагается последовательно с использованием ранее введенных определений, обозначений и доказательств. Необходима постоянная самостоятельная проработка и усвоение изложенного на занятиях материала.

Желателен просмотр материала по данной учебной дисциплине с опережением лекций с использованием рекомендуемой в данной учебной программе литературы.

Приветствуются вопросы студентов по теме учебной дисциплины и смежным вопросам в ходе аудиторных занятий.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

### 15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Трухан, А. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и методы их решения. Ряды. Элементы вариационного исчисления : учебное пособие для вузов / А. А. Трухан, Т. В. Огородникова. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 268 с. — ISBN 978-5-8114-6421-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/147233">https://e.lanbook.com/book/147233</a>
2	Бибиков, Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] / Бибиков Ю. Н. — 2-е изд., стереотип. — Санкт-Петербург: Лань, 2011.— 304 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения: учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 280 с.
2	Боровских, А.В. Дифференциальные уравнения: учебник и практикум для академического бакалавриата. Ч. 1: в 2 ч. / А.В. Боровских, А.И. Перов. 3-е изд., перераб. и доп. Москва : Юрайт, 2017. 327 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)\*:

№ п/п	Ресурс
1	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – Режим доступа: <a href="http://www.lib.vsu.ru">http://www.lib.vsu.ru</a> .
2	ЭБС «Лань», - режим доступа: <a href="https://e.lanbook.com">https://e.lanbook.com</a> .
3	Б1.О.26 Дифференциальные уравнения — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804</a> .

### 16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Белоусова, Елена Петровна. Дифференциальные уравнения: методические указания для вузов / Е. П. Белоусова, Т. И. Смагина. Воронеж: Воронежский государственный университет, 2019. 69 с.
2	Трухан, А. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения и методы их решения. Ряды. Элементы вариационного исчисления : учебное пособие для вузов / А. А. Трухан, Т. В. Огородникова. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 268 с. — ISBN 978-5-8114-6421-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <a href="https://e.lanbook.com/book/147233">https://e.lanbook.com/book/147233</a>
3	Б1.О.26 Дифференциальные уравнения — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: <a href="https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804">https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804</a> .

### 17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Б1.О.26 Дифференциальные уравнения», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle) <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31804>, а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

### 18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения лекций, практических занятий: специализированная мебель, доска (маркерная или меловая).

Учебная аудитория для организации самостоятельной работы, проведения текущей и промежуточной аттестаций: специализированная мебель, доска (маркерная или меловая), персональные компьютеры в количе-

стве, обеспечивающем возможность индивидуальной работы, компьютер преподавателя, мультимедийное оборудование (проектор, экран), допускается использование переносного оборудования.

Программное обеспечение:

ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (GoogleChrome, MozillaFirefox), с возможностью подключения к сети «Интернет» и платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), ПО AdobeReader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами (MS Office, Мой Офис, LibreOffice).

### 19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Уравнения первого порядка	ОПК-3	ОПК-3.43 ОПК-3.58	Контрольная работа зачет с оценкой
2	Уравнения n-го порядка с переменными коэффициентами.	ОПК-3	ОПК-3.43 ОПК-3.58	Контрольная работа зачет с оценкой
3	Уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами.	ОПК-3	ОПК-3.43 ОПК-3.58	Контрольная работа зачет с оценкой
4	Устойчивость	ОПК-3	ОПК-3.43 ОПК-3.58	Контрольная работа зачет с оценкой
5	Краевая задача. Функция Грина.	ОПК-3	ОПК-3.43 ОПК-3.58	Контрольная работа зачет с оценкой
Промежуточная аттестация форма контроля –зачет с оценкой				Перечень вопросов Практическое задание

### 20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

#### 20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

#### П 1. Перечень заданий для контрольных работ

##### Вариант 1

1. Решить уравнение

$$y = (xy' + 2y)^2.$$

2. Решить уравнение

$$(2x + y + 5)y' = 3x + 6.$$

3. Решить уравнение

$$y^2 dx - (xy + x^3) dy = 0.$$

4. Решить уравнение

$$(x \cos y + \sin 2y)y' = 1.$$

5. Решить уравнение

$$2x^3 yy' + 3x^2 y^2 + 7 = 0.$$

6. Решить уравнение

$$y'' + y = 2 - \frac{1}{\sin x}.$$

7. Решить уравнение

$$y'' - 6y' + 9y = \frac{2e^{3x}}{x}.$$

### Вариант 2

1. Решить уравнение

$$ydy = (xdy + ydx)\sqrt{1 + y^2}.$$

2. Решить уравнение

$$y' = (4x + y - 3)^2.$$

3. Решить уравнение

$$y^2 dx + (xy + tg xy)dy = 0.$$

4. Решить уравнение

$$(x + y)^2 y' = 1$$

5. Решить уравнение

$$y'' - 10y' + 25y = \frac{e^{5x}}{x^2}.$$

6. Решить уравнение

$$y'' + 4y = \frac{1}{\sin 2x}.$$

Описание технологии проведения:

Контрольная работа проводится на занятии одновременно во всей учебной группе в виде письменной работы. Ограничение по времени— 1 час 30 минут.

Требования к выполнению заданий контрольной:

1. Правильно решено 4 задания и больше – отлично.
2. Правильно решено 3 задания – хорошо.
3. Правильно решено 2 задания – удовлетворительно.
4. Правильно решено меньше двух заданий или не решено ни одного задания – неудовлетворительно.

**П. 2: Перечень вопросов для проведения тестирования по дисциплине «Дифференциальные уравнения»**

### Вопросы с вариантами ответов

Критерий оценивания	Шкала оценок
Верный ответ	1 балл
Неверный ответ	0 баллов

1. К какому типу принадлежит уравнение  $y' + y = xy^3$ ?

- а) линейное
- б) Бернулли
- в) в полных дифференциалах

Ответ: б).

2. К какому типу принадлежит уравнение

$$(\sin x + y)dy + (y \cos x - x^2)dx = 0?$$

- а) с разделяющимися переменными
- б) линейное
- в) однородное
- г) в полных дифференциалах

Ответ: г).

3. К какому типу принадлежит уравнение  $x^3y''' - x^2y'' + 2xy' - 2y = x^3$ ?

- а) уравнение третьего порядка с постоянными коэффициентами
- б) уравнение третьего порядка с переменными коэффициентами
- в) уравнение Эйлера

Ответ: б), г).

4. Укажите частное решение дифференциального уравнения  $xy' = 1$

- а)  $y = \ln|x| + c$
- б)  $y = \ln|x + c|$
- в)  $y = \ln|x|$
- г)  $y = ce^x$
- д)  $y = 2\ln|x|$
- е)  $y = \ln|x + 1|$

Ответ: в).

5. Уравнение  $\lambda^2 - 2\lambda + 1$  является характеристическим уравнением дифференциального уравнения

- а)  $y'' - 2y' + 1 = 0$ ,
- б)  $y'' - 2y' + y = 0$ ,
- в)  $y'' - 2y' = 0$ ,
- г)  $y''' - 2y'' - y = x$ .

Ответ: б).

### Вопросы с кратким текстовым ответом

Критерий оценивания	Шкала оценок
Верный ответ	1 балл
Неверный ответ	0 баллов

1. Уравнение  $\lambda^2 + 4\lambda + 4 = 0$  является характеристическим для уравнения  $y'' + 4y' + 4 = 0$ .

Ответ: да, является.

2. Частное решение уравнения  $y'' - 2y' + 1 = \sin x$  представимо в виде

$$y = x^2 \cos x.$$

Ответ: нет.

Зачет проводится одновременно во всей учебной группе в виде теста в электронной образовательной среде «Электронный университет ВГУ», адрес курса — <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=20163>. Тест составляется из материалов ФОСа, формируется системой автоматически путём добавления случайных вопросов, количество которых соответствует образцу билета. Большая часть вопросов проверяется автоматически, проверки преподавателем с ручным оцениванием требуют только отдельные вопросы, представленные в форме эссе. Ограничение по времени на каждую попытку — 1 час, количество попыток — 2, выставление окончательной оценки — по высшему баллу.

## 20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

### Перечень вопросов к зачету:

1. Определение ДУ первого порядка. Общее и частное решения. Общий и частный интегралы. Задача Коши, интегральная кривая.
2. Метод изоклин.
3. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для ДУ первого порядка.
4. Общий вид и методы интегрирования:
  - 1) Однородного ДУ первого порядка
  - 2) Линейного ДУ первого порядка
  - 3) Уравнения Бернулли
  - 4) ДУ в полных дифференциалах.
5. Уравнение  $n$ -го порядка с переменными коэффициентами. Формула Остроградского-Лиувилля.
6. Уравнение  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Резонансный и нерезонансный случаи.
7. Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость.
8. Спектральный признак устойчивости, критерий Рауса-Гурвица.
9. Система  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами. Резонансный и нерезонансный случаи.
10. Траектории. Фазовый портрет. Классификация особых точек.

### Контрольно-измерительные материалы № 1.

1. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для ДУ первого порядка.
2. Решить уравнение

$$y = (xy' + 2y)^2.$$

3. Решить уравнение

$$y'' + y = 2 - \frac{1}{\sin x}.$$

### Контрольно-измерительные материалы № 2.

1. Классификация особых точек.
2. Решить уравнение

$$y^2 dx + (xy + tg xy) dy = 0.$$

3. Решить начальную задачу
-

$$y'' - y = x, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = -1.$$

Описание технологии проведения зачета:

Каждый контрольно-измерительный материал состоит из двух блоков. Первый из них содержит теоретические вопросы из перечня вопросов к промежуточной аттестации, второй – практическое задание из перечня практических заданий. Промежуточная аттестация проводится одновременно во всей учебной группе в виде письменной работы. Ограничение по времени— 1 час 30 минут с последующим собеседованием преподавателя с обучающимся.

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания:

Для оценивания результатов обучения на зачете с оценкой используется 4-балльная шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), успешно применяет теоретические знания для решения практических задач.	Повышенный уровень	Отлично
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), успешно применяет теоретические знания для решения практических задач. При ответе допускает негрубые ошибки.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному из двух перечисленных показателей. Обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует ни одному из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.	–	Неудовлетворительно

**20.3.** Задания раздела 20.1, п. 2 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных знаний по результатам освоения данной дисциплины.