

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
Системного анализа и управления
проф. Курбатов В.Г.
31.03.2025.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.28 Методы оптимизации

1. Код и наименование специальности:

10.05.01 Компьютерная безопасность

2. Профиль специализации:

Математические методы защиты информации
Безопасность компьютерных систем и сетей

3. Квалификация выпускника: специалист

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: системного анализа и управления

6. Составители программы: Е.П. Белоусова, к.ф.-м.н., доцент кафедры системного анализа и управления

7. Рекомендована: НМСфакультета Прикладной математики, информатики и механики № 6 от 17.03.2025 г.

8. Учебный год: 2027-2028

Семестр 5

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- изучение основ теории экстремальных задач;
- получение необходимых концептуальных представлений, достаточных для понимания, оценки существующих алгоритмов решения оптимизационных задач и, если необходимо, разработки новых методов и подходов решения новых типов таких задач.

Задачи учебной дисциплины:

- дать студентам общее представление о прикладных задачах оптимизации;
- ознакомить с основными теоретическими фактами; изучить основные классы методов; обучить использованию методов решения прикладных задач оптимизации.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к обязательной части Блока 1. Для её успешного освоения требуется знание основных разделов курса математического анализа, линейной алгебры, дифференциальных уравнений.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-7	Способен создавать программы на языках высокого и низкого уровня, применять методы и инструментальные средства программирования для решения профессиональных задач, осуществлять обоснованный выбор инструментария программирования и способов организации программ.	ОПК-7.12	Знает необходимые и достаточные условия оптимальности задачи математического программирования.	Знать: необходимые и достаточные условия оптимальности задачи математического программирования. Уметь: применять на практике необходимые и достаточные условия оптимальности задачи математического программирования. Владеть: базовыми инструментами оптимизации для задач математического программирования.
		ОПК-7.13	Умеет применять методы одномерной оптимизации при решении прикладных задач.	Знать: методы одномерной оптимизации. Уметь: применять на практике методы одномерной оптимизации при решении прикладных задач. Владеть: базовыми инструментами методов одномерной оптимизации.
		ОПК-7.14	Умеет использовать методы многомерной безусловной оптимизации при решении профессиональных задач.	Знать: методы многомерной безусловной оптимизации. Уметь: применять на практике методы многомерной безусловной оптимизации при решении профессиональных задач. Владеть: базовыми инструментами методов многомерной безусловной оптимизации.
		ОПК-7.15	Знает методы условной оптимизации при решении прикладных задач	Знать: методы условной оптимизации при решении прикладных задач. Уметь: применять на практике методы условной оптимизации при решении прикладных задач. Владеть: базовыми инструментами методов условной оптимизации.

		ОПК-7.16	Знает задачи вариационного исчисления, оптимального управления и линейного программирования.	Знать: задачи вариационного исчисления, оптимального управления и линейного программирования. Уметь: работать с задачами вариационного исчисления, оптимального управления и линейного программирования. Владеть: базовыми инструментами для работы с задачами вариационного исчисления, оптимального управления и линейного программирования.
--	--	----------	--	--

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час— 3/108.

Форма промежуточной аттестации-зачет с оценкой.

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			5 семестра	...
Аудиторные занятия		68	68	
в том числе:	лекции	34	34	
	практические	34	34	
	лабораторные			
Самостоятельная работа		40	40	
в том числе: курсовая работа (проект)				
Форма промежуточной аттестации - зачет с оценкой		0	0	
Итого:		108	108	

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
1. Лекции			
1.1	Формализация задач и классический метод их решения	Формализация задач и классический метод их решения	Б1.О.28 Методы оптимизации https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31803
1.2	Элементы линейного программирования	Примеры, приводящие к постановке задачи линейного программирования. Теорема существования для конечномерной задачи линейного программирования. Симплексный метод. Графический метод решения задач линейного программирования.	Б1.О.28 Методы оптимизации https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31803
1.3	Элементы нелинейного программирования	Задача безусловной минимизации. Задача условной минимизации. Необходимые условия минимума в гладкой задаче с ограничениями типа равенств и неравенств. Метод множителей Лагранжа.	Б1.О.28 Методы оптимизации https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31803
1.4	Элементы выпуклого программирования	Выпуклые множества и выпуклые функции. Критерии выпуклости для гладких функций. Решение задач выпуклого программирования.	Б1.О.28 Методы оптимизации https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31803

1.5	Вариационное исчисление	Простейшая задача вариационного исчисления первого и высших порядков. Уравнение Эйлера. Многомерный случай. Задача Больца.	Б1.О.28 Методы оптимизации https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31803
2. Практические занятия			
2.1	Формализация задач и классический метод их решения	Формализация задач и классический метод их решения.	Б1.О.28 Методы оптимизации https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31803
2.2	Элементы линейного программирования	Примеры, приводящие к постановке задачи линейного программирования. Теорема существования для конечномерной задачи линейного программирования. Симплексный метод. Графический метод решения задач линейного программирования.	Б1.О.28 Методы оптимизации https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31803
2.3	Элементы нелинейного программирования	Задача безусловной минимизации. Задача условной минимизации. Необходимые условия минимума в гладкой задаче с ограничениями типа равенств и неравенств. Метод множителей Лагранжа.	Б1.О.28 Методы оптимизации https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31803
2.4	Элементы выпуклого программирования	Выпуклые множества и выпуклые функции. Критерии выпуклости для гладких функций. Решение задач выпуклого программирования.	Б1.О.28 Методы оптимизации https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31803
2.5	Вариационное исчисление	Простейшая задача вариационного исчисления первого и высших порядков. Уравнение Эйлера. Многомерный случай. Задача Больца.	Б1.О.28 Методы оптимизации https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31803

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1.	Формализация задач и классический метод их решения	2	2		8	12
2.	Элементы линейного программирования	8	8		8	24
3.	Элементы нелинейного программирования	8	8		8	24
4.	Элементы выпуклого программирования	8	8		8	24
5.	Вариационное исчисление	8	8		8	24
	Итого:	34	34		40	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Курс предполагает отведение большого числа разделов на самостоятельную работу студентов. Приведенные источники позволяют в полной мере самостоятельно изучить студентами данные разделы.

Материал по каждой теме излагается последовательно с использованием ранее введенных определений, обозначений и доказательств. Необходима постоянная самостоятельная проработка и усвоение изложенного на занятиях материала.

Желателен просмотр материала по данной учебной дисциплине с опережением лекций с использованием рекомендуемой в данной учебной программе литературы.

Приветствуются вопросы студентов по теме учебной дисциплины и смежным вопросам в ходе аудиторных занятий.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах: учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. — 4-е изд., испр. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 512 с.
2	Лесин, В. В. Основы методов оптимизации: учебное пособие / В. В. Лесин, Ю. П. Лисовец. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 344 с.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Галеев Э.М. Оптимизация: Теория. Примеры. Задачи/ Э.М. Галеев, В.М. Тихомиров. – М., Эдиториал УРСС, 2010. – 336 с.
4	Васильев, Федор Павлович. Методы оптимизации: [учебник для студ. вузов, обуч. по специальности ВПО 010501 "Прикладная математика и информатика"] : [в 2 ч.] / Ф.П. Васильев. — Москва : Изд-во МЦНМО, 2011. — ISBN 978-5-94057-706-5. Ч. 1: Конечномерные задачи оптимизации. Принцип максимума. Динамическое программирование. — Изд. новое, перераб. и доп. — 2011. — 619 с.
5	Васильев, Федор Павлович. Методы оптимизации: [учебник для студ. вузов, обуч. по специальности ВПО 010501 "Прикладная математика и информатика"] : [в 2 ч.] / Ф.П. Васильев. — Москва : Изд-во МЦНМО, 2011. — ISBN 978-5-94057-706-5. Ч. 2: Оптимизация в функциональных пространствах. Регуляризация. Аппроксимация. — Изд. новое, перераб. и доп. — 2011. — С.[625]-1056.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
1	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – Режим доступа: https://lib.vsu.ru .
2	Б1.О.28 Методы оптимизации — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». – Режим доступа: https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31803 .

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Методы оптимизации: учебно-методическое пособие / составители Е. П. Белоусова, Т. И. Смагина. — Воронеж: ВГУ, 2017. — 46 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система.
2	Б1.О.28 Методы оптимизации — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». – Режим доступа: https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31803 .

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ, электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Б1.О.28 Методы оптимизации», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle)<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31803>, а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения лекций, практических занятий: специализированная мебель, доска (маркерная или меловая).

Учебная аудитория для организации самостоятельной работы, проведения текущей и промежуточной аттестаций: специализированная мебель, доска (маркерная или меловая), персональные компьютеры в количестве, обеспечивающем возможность индивидуальной работы, компьютер преподавателя, мультимедийное оборудование (проектор, экран), допускается использование переносного оборудования.

Программное обеспечение:

ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (GoogleChrome, MozillaFirefox), с возможностью подключения к сети «Интернет» и платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), ПО AdobeReader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами (MS Office, Мой Офис, LibreOffice).

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Компетенция	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Формализация задач и классический метод их решения.	ОПК-7	ОПК-7.12	Контрольная работа зачет с оценкой
2.	Элементы линейного программирования.	ОПК-7	ОПК-7.13	Контрольная работа зачет с оценкой
3.	Элементы нелинейного программирования.	ОПК-7	ОПК-7.14	Контрольная работа зачет с оценкой
4.	Элементы выпуклого программирования.	ОПК-7	ОПК-7.15	Контрольная работа зачет с оценкой
5.	Вариационное исчисление.	ОПК-7	ОПК-7.16	Контрольная работа зачет с оценкой
Промежуточная аттестация форма контроля –зачет с оценкой				Перечень вопросов Практическое задание

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

П 1. Перечень заданий для контрольных работ

1. Фирма выпускает два вида мороженого: сливочное и шоколадное. Для изготовления мороженого используется два исходных продукта: молоко и наполнители, расходы которых на 1 кг мороженого и суточные запасы даны в таблице.

Исходный продукт	Расход на 1 кг сливочного мороженого	Расход на 1 кг шоколадного мороженого	Запас, кг
Молоко	0,8	0,5	400
Наполнители	0,4	0,8	365

2. Задача продавца газет.

3. Задача управления запасами.
4. Задача теории расписаний.
5. Задача замены автомобильного парка.

Контрольная работа проводится на занятии одновременно во всей учебной группе в виде письменной работы. Ограничение по времени— 1 час 30 минут.

Требования к выполнению заданий контрольной:

1. Правильно решено 4 задания и больше – отлично.
2. Правильно решено 3 задания – хорошо.
3. Правильно решено 2 задания – удовлетворительно.

Правильно решено меньше двух заданий или не решено ни одного задания – неудовлетворительно.

П. 2: Перечень вопросов для проведения тестирования по дисциплине «Методы оптимизации»

Вопросы с вариантами ответов

1. Если число A разложить на два слагаемых u_1 и u_2 , то какое наибольшее значение может принять произведение $u_1 \cdot u_2$.

а) $4A^2$

б) $2A$

в) $\frac{A^2}{4}$

г) $A-1$

Ответ: в).

2. Решить задачу $I(u) = u_1^2 - u_1 u_2 + u_2^2 - 2u_1 + u_2 \rightarrow \inf$

а) 0

б) -1

в) -3

г) 2

Ответ: б).

3. Решить задачу $4u_1 + 3u_2 \rightarrow \inf$ при ограничении $u_1^2 + u_2^2 = 1$.

а) 45

б) -3

в) -5

г) 0

Ответ: в).

4. Решить задачу $u_1^2 + u_2^2 \rightarrow \inf$ при ограничении $3u_1 + 4u_2 = 1$.

а) 0

б) $1/3$

в) -78

г) $1/25$

Ответ: г).

5. Решить задачу $\int_1^2 t^2 \dot{u}^2 dt \rightarrow \inf, u(1) = 3, u(2) = 1.$

а) -12

б) 36

в) -4

г) 0,8

Ответ: в).

6. Решить задачу $\int_0^1 (u - \dot{u}^2) dt \rightarrow \inf, u(0) = 0, u(1) = 0.$

а) 97

б) -61

в) 0

г) 5/8

Ответ: г).

7. Решить задачу $\int_0^1 \ddot{u}^2 dt \rightarrow \inf, u(0) = u(1), \dot{u}(0) = 0, \dot{u}(1) = 1$

а) 14

б) 3.5

в) 4

г) 0.25

Ответ: в).

8. Решить задачу $\int_0^1 (\ddot{u}^2 - 48u) dt \rightarrow \inf, u(0) = 1, \dot{u}(0) = -4, u(1) = \dot{u}(1) = 0$

а) -9

б) -12

в) -0.8

г) -24

Ответ: а).

9. Решить задачу $\int_0^1 (\dot{u}^2 - u) dt + u^2(1) \rightarrow \inf$

а) 9

б) -4

в) 0.75

г) 26

Ответ: в).

10. Решить задачу $\int_0^1 \dot{u}^2 dt + 4u^2(0) - 5u^2(1) \rightarrow \inf$

а) -2

б) 0

в) 24

г)12

Ответ: б).

11. Решить задачу $\int_0^1 e^{-t} \ddot{u} dt \rightarrow \inf, u(0) = 0, \dot{u}(0) = 1, u(1) = e, \dot{u}(1) = 2e.$

а) e^2

б) $9e - 4$

в) 0

г) $e^2 + 1$

Ответ: б).

12. Решить задачу $u_1 u_2 u_3 \rightarrow \inf, u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 1, u_1 + u_2 + u_3 \leq 0$

А) 90

Б) -67

В) 1/25

Г) $1/9\sqrt{3}$

Ответ: г)

13. Решить задачу $e^{(u_1 - u_2)} - u_1 - u_2 \rightarrow \inf, u_1 + u_2 \leq 1, u_1 \geq 0, u_2 \geq 0$

А) $2e$

Б) $1/e^2$

В) $\frac{1}{e} - 1$

Г) $e + 1$

Ответ: в).

Вопросы с кратким текстовым ответом

1. Функция $I(u) = au^2 + bu + c$ является выпуклой при $a \geq 0$?

Ответ: да.

2. Является ли выпуклой функция $I(u) = u \ln u + (1 - u) \ln(1 - u), u \in (0, 1)$?

Ответ: да.

3. Решить графически задачу $I(u) = u_1 + u_2 \rightarrow \inf,$

$$\begin{cases} 2u_1 + 4u_2 \geq 8, \\ u_1 + 2u_2 \leq 1 \end{cases}$$

Ответ: задача не имеет решения.

4. Решить графически задачу $I(u) = 2u_1 + 4u_2 \rightarrow \inf,$

$$\begin{cases} 3u_1 + 2u_2 \geq 11, \\ -2u_1 + u_2 \leq 2, \\ u_1 - 3u_2 \leq 0. \end{cases}$$

Ответ: 10.

Описание технологии проведения:

Тестирование проводится одновременно во всей учебной группе в виде теста в электронной образовательной среде «Электронный университет ВГУ», адрес курса — <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=22720> . Тест составляется из материалов ФОСа, формируется системой автоматически путём добавления случайных вопросов, количество которых соответствует образцу билета. Большая часть вопросов проверяется автоматически, проверки преподавателем с ручным оцениванием требуют только отдельные вопросы, представленные в форме эссе. Ограничение по времени на каждую попытку — 1 час, количество попыток — 2, выставление окончательной оценки — по высшему баллу.

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Перечень вопросов к зачету:

1. Формализация задач.
2. Классический метод минимизации.
3. Симплексный метод.
4. Графический метод решения задач линейного программирования.
5. Графический метод решения задач нелинейного программирования.
6. Минимизация функций нескольких переменных без ограничений.
7. Задача на условный экстремум функции нескольких переменных с ограничениями типа равенств. Метод множителей Лагранжа.
8. Задача на условный экстремум функции нескольких переменных с ограничениями типа равенств и неравенств. Метод множителей Лагранжа.
9. Выпуклые множества и выпуклые функции.
10. Задачи выпуклого программирования.
11. Простейшая задача вариационного исчисления.
12. Простейшая задача вариационного исчисления высшего порядка.
13. Задача Больца.

Перечень практических заданий

Контрольно-измерительные материалы № 1

1. В данный треугольник вписать параллелограмм наибольшей площади.
2. В данный шар вписать конус с наибольшим объемом.
3. В данный шар вписать прямой конус с наибольшей боковой поверхностью.

Контрольно-измерительные материалы № 2

1. Предприятие располагает тремя производственными ресурсами (сырьем, оборудованием, электроэнергией) и может организовать производство продукции двумя различными способами. При первом способе производства предприятие выпускает за один месяц 3000 изделий, при втором – 4000 изделий. Сколько месяцев должно работать предприятие каждым из этих способов, чтобы при наличных ресурсах обеспечить максимальный выпуск продукции?
2. Две фабрики производят продукцию из сырья трех типов. Запасы сырья для готового производства составляют соответственно 11, 7 и 10 единиц. Первая фабрика для изготовления условной единицы продукции, цена которой равна 1, потребляет сырья указанных типов 2,1 и 2 единицы

соответственно. Для второй фабрики цена продукции равна 2, а удельные потребности в сырье составляют 4, 3 и 1 единицу. В прошедшем году плановое задание первой фабрики составляло 3, а второй – 1 единицу продукции. Определить задание на предстоящий год, которое обеспечивало бы максимальную суммарную продукцию фабрик

Описание технологии проведения зачета:

Каждый контрольно-измерительный материал состоит из двух блоков. Первый из них содержит теоретические вопросы из перечня вопросов к промежуточной аттестации, второй – практическое задание из перечня практических заданий. Промежуточная аттестация проводится одновременно во всей учебной группе в виде письменной работы. Ограничение по времени— 1 час 30 минут с последующим собеседованием преподавателя с обучающимся.

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), успешно применяет теоретические знания для решения практических задач.	Повышенный уровень	Отлично
Обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), успешно применяет теоретические знания для решения практических задач. При ответе допускает негрубые ошибки.	Базовый уровень	Хорошо
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует одному из двух перечисленных показателей. Обучающийся дает неполные ответы на дополнительные вопросы. Демонстрирует частичные знания.	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует ни одному из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки.	–	Неудовлетворительно

20.3. Задания раздела 20.1, п. 2 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных знаний по результатам освоения данной дисциплины.