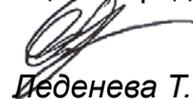


МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой ВМ и ПИТ



Медведева Т.М. '20.03.2025

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ
Б1.О.13 Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры

1. Код и наименование направления подготовки:

01.03.02 Прикладная математика и информатика

2. Профиль подготовки:

Прикладная математика и компьютерные технологии

3. Квалификация выпускника:

бакалавр

4. Форма обучения:

очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

кафедра вычислительной математики и прикладных информационных технологий

6. Составители программы:

Глушакова Т.Н., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры ВМ и ПИТ

Лазарев К.П., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры ВМ и ПИТ

Медведева О. А., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедры ВМиПИТ

7. Рекомендована:

научно-методическим советом факультета ПММ 17.03.2025, протокол № 6.

8. Учебный год: 2025-2026

Семестр(ы): 1

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Цель изучения дисциплины «Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры» – сформировать у обучающихся комплекс знаний по основным разделам аналитической геометрии и линейной алгебры, образующих теоретическую основу для формализации прикладных задач и выбора методов их решения с использованием данного математического аппарата.

Задача данного курса – изучение основных разделов аналитической геометрии и линейной алгебры; ознакомление с примерами прикладных задач, для формализации которых используется математический аппарат аналитической геометрии и линейной алгебры;

формирование у обучающихся навыков формализации прикладной задачи с использованием математического аппарата аналитической геометрии и линейной алгебры и выбора методов для её решения.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина «Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры» входит в блок Б1 обязательной части программы бакалавриата и изучается в 1 семестре. Данный курс непосредственно связан с дисциплинами «Алгебра», «Математический анализ», «Информатика и программирование» и является базой для дисциплины «Математические основы компьютерных вычислений», изучаемой в рамках программы подготовки бакалавра.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесённые с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.1	Демонстрирует знания, относящиеся к базовым дисциплинам математики, информатики и естественных наук	<i>Знать:</i> основные методы линейной алгебры и аналитической геометрии <i>Уметь:</i> применять их на практике <i>Владеть:</i> навыками решения задач линейной алгебры и аналитической геометрии
		ОПК-1.2	Осуществляет формализацию поставленной задачи и выбирает математические методы для её решения	<i>Знать:</i> основные подходы к решению задач линейной алгебры и аналитической геометрии <i>Уметь:</i> осуществлять формализацию поставленной задачи линейной алгебры и аналитической геометрии <i>Владеть:</i> навыками подбора подходящего математического метода для решения поставленной задачи линейной алгебры и аналитической геометрии
ОПК-5	Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения;	ОПК-5.1	Применяет фундаментальные знания для реализации математических методов и алгоритмов при решении прикладной задачи; осуществляет сравнение точности, сходимости и других характеристик вычислительных алгоритмов.	<i>Знать:</i> основные принципы построения и применения эффективных численных алгоритмов. <i>Уметь:</i> осуществлять сравнение точности, сходимости и других характеристик численных алгоритмов. <i>Владеть:</i> навыками разработки компьютерных программ.

12. Объем дисциплины в зачётных единицах/часах (в соответствии с учебным планом) – 5/180.

Форма промежуточной аттестации *зачет, экзамен.*

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Трудоемкость	
	По семестрам	

	Всего	1 семестр
Контактная работа		
в том числе:	лекции	
	практические	
	лабораторные	
	курсовая работа	
Самостоятельная работа		
Промежуточная аттестация (для экзамена)		
Итого:		

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1.	Роль и место дисциплины в системе математического образования	Предмет дисциплины «Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры». Исторические сведения о развитии этих разделов математики.	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры (ПМИ) https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11590
1.2.	Матрицы	Матрицы. Виды матриц. Подматрица. Операции над матрицами (сложение, умножение на числа, умножение матриц, вычитание, транспонирование) и их свойства. Степени квадратных матриц. Многочлены от квадратных матриц. Линейная комбинация матриц.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Множества. Отображения. Отношения	Множества. Операции над множествами. Отображения. Свойства отображений. Обратное отображение. Отношения. Упорядоченные множества.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Системы линейных алгебраических уравнений. Матричные уравнения.	Элементарные преобразования матриц. Приведение матриц к ступенчатой форме. Системы линейных алгебраических уравнений. Запись системы в матричном и векторном виде. Эквивалентные системы. Элементарные преобразования системы. Нахождение решений системы линейных уравнений методом Гаусса. Нахождение решений матричных уравнений.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Перестановки без повторений.	Определение и свойства перестановок.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Определители.	Определение определителя n-го порядка. Определитель треугольной матрицы. Эквивалентное правило «знака» члена определителя. Формула развёртывания определителя квадратной подматрицы. Свойства определителя. Миноры. Алгебраические дополнения. Разложение определителя по минорам нескольких строк или столбцов (теорема Лапласа). Следствия из теоремы Лапласа. Определитель суммы двух матриц. Определитель блочно-треугольной матрицы. Определитель произведения квадратных матриц.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Ранг матрицы.	Ранг матрицы. Сохранение ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Вычисление ранга.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Вещественное линейное пространство	Вещественное линейное пространство, его простейшие свойства. Подпространство линейного пространства. Критерий подпространства. Линейная комбинация векторов, линейная независимость и линейная зависимость векторов. Размерность линейного пространства. Базис линейного пространства и координаты вектора в базисе. Свойства координат. Связь понятий размерности и базиса.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Базисный минор матрицы.	Базисный минор, базисные строки и базисные столбцы матрицы. Теорема о базисном миноре и её следствия.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Обратная матрица.	Обратная матрица. Свойства обратных матриц. Нахождение и применения обратных матриц.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588

	Критерий совместности системы линейных уравнений. Правило (метод) Крамера.	Критерий совместности системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли). Правило (метод) Крамера (вывод формулы решения системы линейных уравнений с невырожденной матрицей).	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Структура решений системы линейных уравнений.	Фундаментальная система решений однородной СЛУ. Общее решение однородной СЛУ. Общее решение неоднородной СЛУ.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Простейшие задачи аналитической геометрии	Простейшие задачи аналитической геометрии	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Векторы. Системы координат.	Операции сложения векторов и умножения вектора на число. Свойства операций. Разложение векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Размерность пространства и подпространств геометрических векторов. Базис и координаты в пространстве и подпространствах геометрических векторов. Аффинная система координат (АСК) на прямой, на плоскости, в пространстве и аффинные координаты точек. Декартова прямоугольная система координат (ДПСК). Три вида параллельных проекций точек и векторов; ортогональная проекция точек и векторов. Выражение координат проекции точки (вектора) через координаты точки (вектора) при специальном выборе базиса. Свойства проекций. Ось. Величина проекции вектора на ось (на вектор). Свойства величины проекции. Выражение величины ортогональной проекции вектора на ось. Скалярное произведение двух векторов. Свойства, вычисление и применение скалярного произведения. Правая (левая) тройка векторов. Векторное произведение двух векторов. Его свойства, вычисление и применение. Смешанное произведение трёх векторов. Его свойства, вычисление и применение. Связь координат точки в различных аффинных системах координат. Полярная системы координат. Цилиндрическая, сферическая системы координат.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Уравнение множества на плоскости. Алгебраические линии на плоскости.	Уравнение множества на плоскости. Алгебраическая линия на плоскости. Неизменность порядка алгебраической линии на плоскости при изменении аффинной системы координат. Уравнения алгебраических линий 1-го и 2-го порядка на плоскости.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Прямая на плоскости	Алгебраические линии первого порядка на плоскости - прямые. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Угол между двумя прямыми на плоскости. Нормальное уравнение прямой на плоскости в ДПСК. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Пересечение двух прямых. Пучок прямых	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Алгебраические линии второго порядка.	Эллипс. Гипербола. Парабола. Их канонические уравнения и свойства. Преобразование общего уравнения алгебраической линии второго порядка при переходе к другой ДПСК на плоскости. Инварианты линии второго порядка. Типы линий второго порядка. Канонические уравнения линий второго порядка.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Уравнение множества в пространстве.	Алгебраические поверхности в пространстве. Неизменность порядка алгебраической поверхности в пространстве при изменении аффинной системы координат. Уравнения алгебраических поверхностей 1-го и 2-го порядка в пространстве.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Плоскость и прямая в пространстве	Алгебраические поверхности первого порядка --- плоскости. Различные виды уравнений плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Нормальное уравнение плоскости в ДПСК. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в пространстве. Различные уравнения прямой в пространстве. Угол между двумя плоскостями. Угол между двумя прямыми в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Поверхности второго порядка	Поверхности второго порядка. Метод сечений. Эллипсоид. Гиперboloиды. Конус. Параболоиды. Цилиндры	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
Практические занятия			
	Матрицы	Матрицы. Виды матриц. Подматрица. Операции над матрицами (сложение, умножение на числа, умножение матриц, вычитание, транспонирование) и их свойства. Степени квадратных матриц. Многочлены от квадратных матриц. Линейная комбинация матриц.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Множества. Отображения. Отношения	Множества. Операции над множествами. Отображения. Свойства отображений. Обратное отображение. Отношения. Упорядоченные множества.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Системы линейных алгебраических уравнений. Матричные уравнения.	Элементарные преобразования матриц. Приведение матриц к ступенчатой форме. Системы линейных алгебраических уравнений. За-	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588

		пись системы в матричном и векторном виде. Эквивалентные системы. Элементарные преобразования системы. Нахождение решений системы линейных уравнений методом Гаусса. Нахождение решений матричных уравнений.	
	Перестановки без повторений.	Определение и свойства перестановок.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Определители.	Определение определителя n-го порядка. Определитель треугольной матрицы. Эквивалентное правило «знака» члена определителя. Формула развёртывания определителя квадратной подматрицы. Свойства определителя. Миноры. Алгебраические дополнения. Разложение определителя по минорам нескольких строк или столбцов (теорема Лапласа). Следствия из теоремы Лапласа. Определитель суммы двух матриц. Определитель блочно-треугольной матрицы. Определитель произведения квадратных матриц.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Ранг матрицы.	Ранг матрицы. Сохранение ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Вычисление ранга.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Вещественное линейное пространство	Вещественное линейное пространство, его простейшие свойства. Подпространство линейного пространства. Критерий подпространства. Линейная комбинация векторов, линейная независимость и линейная зависимость векторов. Размерность линейного пространства. Базис линейного пространства и координаты вектора в базисе. Свойства координат. Связь понятий размерности и базиса.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Базисный минор матрицы.	Базисный минор, базисные строки и базисные столбцы матрицы. Теорема о базисном миноре и её следствия.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Обратная матрица.	Обратная матрица. Свойства обратных матриц. Нахождение и применения обратных матриц.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Критерий совместности системы линейных уравнений. Правило (метод) Крамера.	Критерий совместности системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли). Правило (метод) Крамера (вывод формулы решения системы линейных уравнений с невырожденной матрицей).	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Структура решений системы линейных уравнений.	Фундаментальная система решений однородной СЛУ. Общее решение однородной СЛУ. Общее решение неоднородной СЛУ.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Простейшие задачи аналитической геометрии	Простейшие задачи аналитической геометрии	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Векторы. Системы координат.	Операции сложения векторов и умножения вектора на число. Свойства операций. Разложение векторов. Линейная зависимость и независимость векторов. Размерность пространства и подпространств геометрических векторов. Базис и координаты в пространстве и подпространствах геометрических векторов. Аффинная система координат (АСК) на прямой, на плоскости, в пространстве и аффинные координаты точек. Декартова прямоугольная система координат (ДПСК). Три вида параллельных проекций точек и векторов; ортогональная проекция точек и векторов. Выражение координат проекции точки (вектора) через координаты точки (вектора) при специальном выборе базиса. Свойства проекций. Ось. Величина проекции вектора на ось (на вектор). Свойства величины проекции. Выражение величины ортогональной проекции вектора на ось. Скалярное произведение двух векторов. Свойства, вычисление и применение скалярного произведения. Правая (левая) тройка векторов. Векторное произведение двух векторов. Его свойства, вычисление и применение. Смешанное произведение трёх векторов. Его свойства, вычисление и применение. Связь координат точки в различных аффинных системах координат. Полярная системы координат. Цилиндрическая, сферическая системы координат.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Уравнение множества на плоскости. Алгебраическая линия на плоскости	Уравнение множества на плоскости. Алгебраическая линия на плоскости. Неизменность порядка алгебраической линии на плоскости при изменении аффинной системы координат. Уравнения алгебраических линий 1-го и 2-го порядка на плоскости.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Прямая на плоскости	Алгебраические линии первого порядка на плоскости - прямые. Различные виды уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Угол между двумя прямыми на плоскости. Нормальное уравнение прямой на плоскости в ДПСК. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Пересечение двух прямых. Пучок прямых	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Алгебраические линии второго порядка.	Эллипс. Гипербола. Парабола. Их канонические уравнения и свойства. Преобразование общего уравнения алгебраической	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588

		линии второго порядка при переходе к другой ДПСК на плоскости. Инварианты линии второго порядка. Типы линий второго порядка. Канонические уравнения линий второго порядка.	
	Уравнение множества в пространстве.	Алгебраические поверхности в пространстве. Неизменность порядка алгебраической поверхности в пространстве при изменении аффинной системы координат. Уравнения алгебраических поверхностей 1-го и 2-го порядка в пространстве.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Плоскость и прямая в пространстве	Алгебраические поверхности первого порядка --- плоскости. Различные виды уравнений плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве. Нормальное уравнение плоскости в ДПСК. Расстояние от точки до плоскости. Прямая в пространстве. Различные уравнения прямой в пространстве. Угол между двумя плоскостями. Угол между двумя прямыми в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588
	Поверхности второго порядка	Поверхности второго порядка. Метод сечений. Эллипсоид. Гиперboloиды. Конус. Параболоиды. Цилиндры	HTTPS://EDU.VSU.RU/COURSE/VIEW.PHP?ID=11588

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1.	Роль и место дисциплины в системе математического образования	1	0	0	0	1
2.	Матрицы	2	3	0	2	7
3.	Множества. Отображения. Отношения	2	2	0	2	6
4.	Системы линейных алгебраических уравнений. Матричные уравнения.	2	2	0	3	7
5.	Перестановки без повторений.	2	2	0	2	6
6.	Определители.	4	4	0	4	12
7.	Ранг матрицы.	2	2	0	2	6
8.	Вещественное линейное пространство	3	3	0	5	11
9.	Базисный минор матрицы.	2	2	0	2	6
10.	Обратная матрица.	2	2	0	2	6
11.	Критерий совместности системы линейных уравнений. Правило (метод) Крамера.	2	2	0	2	6
12.	Структура решений системы линейных уравнений.	2	2	0	2	6
13.	Простейшие задачи аналитической геометрии	1	1	0	2	4
14.	Векторы. Системы координат.	6	7	0	6	19
15.	Уравнение множества на плоскости. Алгебраическая линия на плоскости	2	1	0	1	4
16.	Прямая на плоскости	1	1	0	1	3
17.	Алгебраические линии второго порядка.	4	5	0	3	12

18.	Уравнение множества в пространстве.	2	2	0	2	6
19.	Плоскость и прямая в пространстве	4	3	0	3	10
20.	Поверхности второго порядка	2	2	0	2	6
	Итого:	48	48	0	48	144

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Аудиторные и внеаудиторные (самостоятельные) формы учебной работы студента имеют своей целью приобретение им целостной системы знаний по дисциплине «Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры». Используя лекционный материал, учебники, дополнительную литературу, проявляя творческий подход, студент готовится к практическим занятиям, рассматривая их как дополнение, углубление, систематизацию своих теоретических знаний. Студент должен прийти в ВУЗ с пониманием того, что самостоятельное овладение знаниями является неотъемлемой частью образовательного процесса.

Изучение каждой темы следует начинать с перечня изучаемых вопросов. Они ориентируют студента, показывают, что он должен знать по данной тематике. Вопросы темы как бы накладываются на соответствующую главу избранного учебника или учебного пособия. В итоге должно быть ясным, какие разделы программы учебного курса и с какой глубиной раскрыты в данном учебном материале.

Освоение дисциплины предполагает следующие направления работы:

- изучение понятийного аппарата дисциплины;
- изучение тем самостоятельной подготовки по учебно-тематическому плану;
- работу над основной и дополнительной литературой;
- изучение вопросов для самоконтроля (самопроверки);
- самоподготовка к практическим и другим видам занятий;
- самостоятельная работа студента при подготовке к экзамену;
- самостоятельная работа студента в библиотеке;
- изучение сайтов по темам дисциплины в сети Интернет.

Проработка лекционного курса является одной из важных активных форм самостоятельной работы. Лекция преподавателя не является озвученным учебником, а представляет плод его индивидуального творчества. Он читает свой авторский курс со своей логикой, со своими теоретическими и методическими подходами. Это делает лекционный курс конкретного преподавателя индивидуально-личностным событием, которым вряд ли студенту стоит пренебрегать. Кроме того, в своих лекциях преподаватель стремится преодолеть многие недостатки, присущие опубликованным учебникам, учебным пособиям, лекционным курсам.

В создании своего авторского лекционного курса преподаватель руководствуется двумя документами – Федеральным государственным образовательным стандартом и учебной программой. Совершенно недостаточно только слушать лекции. Студенту важно понять, что лекция есть своеобразная творческая форма самостоятельной работы. Надо пытаться стать активным соучастником лекции: думать, сравнивать известное с вновь получаемыми знаниями, войти в логику изложения материала лектором, по возможности вступать с ним в мысленную полемику. Во время лекции можно задать лектору вопрос. Вопросы можно задать и во время перерыва (письменно или устно), а также после лекции или перед началом очередной. Лектор найдёт формы и способы реагирования на вопросы студентов.

Процесс освоения учебной дисциплины в течение закреплённого учебным планом периода подвергается текущему контролю, который осуществляется в следующих формах: фиксация посещения занятий, проводимых как в очном, так и дистанционном формате; проверка выполнения практических заданий; выполнение и проверка контрольных работ.

Методологические рекомендации по организации самостоятельной работы студентов

Методологические рекомендации призваны помочь студентам организовать самостоятельную работу при изучении курса: с материалами лекций и семинарских занятий, литературы по общим и специальным вопросам. Самостоятельная работа студента должна опираться на сформированные навыки и умения, приобретённые во время обучения в средней школе. В ВУЗе студент должен повысить уровень самостоятельности. Составляющей компонентой его работы должно стать творчество. Работая с литературой по теме занятий, нужно делать выписки текста, содержащего характеристику или комментарии уже знакомого Вам источника. Умение работать с литературой означает научиться осмысленно пользоваться источниками. Прежде чем приступить к освоению научной литературы, рекомендуется чтение учебников и учебных пособий.

Для улучшения обработки информации очень важно устанавливать осмысленные связи, структурировать новые сведения. Изучение научной, учебной и иной литературы требует ведения рабочих записей. Форма записей может быть весьма разнообразной: простой или развёрнутый план, тезисы, цитаты, конспект.

Методические рекомендации по подготовке к экзамену

При подготовке к экзамену следует в полной мере использовать лекционный материал и академический курс учебника, рекомендованного преподавателем.

Промежуточная аттестация проводится в очном или дистанционном формате в форме экзамена по билетам, каждый из которых содержит вопросы, оценивающие уровень сформированности всех заявленных дисциплинарных компетенций. Итоговая оценка по дисциплине определяется на основе оценок, полученных в ходе текущего контроля, а также результатов ответа на вопросы экзаменационного билета.

Методические рекомендации по работе в дистанционном формате

В настоящее время актуальным становится использование электронной информационно-образовательной среды Воронежского государственного университета, реализованной в виртуальной обучающей среде Moodle. Наиболее оптимальным является обучение в формате видеоконференции с презентацией, для чего необходим заранее подготовленный преподавателем материал (хотя бы частично), с дополнительным использованием web-камеры для более детального объяснения сложных моментов. Один из немногих положительных моментов такого обучения – просмотр занятий в записи.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения студент должен выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Ильин, В. А. Линейная алгебра : учебник / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. — 6-е изд., стер. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2020. — 280 с. — ISBN 978-5-9221-0481-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/185610
2.	Курош, А. Г. Курс высшей алгебры : учебник для вузов / А. Г. Курош. — 25-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 432 с. — ISBN 978-5-507-47499-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/383849
3.	Фаддеев, Д. К. Задачи по высшей алгебре : учебник / Д. К. Фаддеев, И. С. Соминский. — 17-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 288 с. — ISBN 978-5-8114-0427-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/210164

4.	Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие для вузов / И. В. Проскуряков. — 17-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 476 с. — ISBN 978-5-8114-9921-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/397331
5.	Цубербиллер О. Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии / О. Н. Цубербиллер. — Москва : Лань, 2009. — 336 с. Режим доступа: https://lanbook.lib.vsu.ru/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=430

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
6.	Ильин В. А. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / В. А. Ильин, Г. Д. Ким. – Москва : Проспект : Издательство Московского университета, 2015. – 393 с...
7.	Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник для вузов / Д. В. Беклемишев. — 21-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2025. — 448 с. — ISBN 978-5-507-50839-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/480134
8.	Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть 1. Основы алгебры : учебник для студентов университетов / А. И. Кострикин. – Москва : Физматлит, 2009. – 271 с.
9.	Кострикин А. И. Введение в алгебру. Часть 2. Линейная алгебра : учебник для студентов университетов / А. И. Кострикин. – Москва : Физматлит, 2009. – 367 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет):

№ п/п	Ресурс
10.	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета - Режим доступа: www.lib.vsu.ru
11.	Электронно-библиотечная система Лань. - Режим доступа: https://e.lanbook.com .
12.	Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» - Режим доступа: http://biblioclub.ru/
13.	Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры (ПМИ)/ Лазарев К. П. - Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11590

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

Самостоятельная работа обучающегося должна включать подготовку к практическим занятиям, выполнение домашних заданий. Для этого рекомендуется освоить теоретический материал соответствующих тем по конспектам лекций и презентационному материалу, размещённому на ЭО ресурсах, литературу из представленного ниже перечня, материалы с тематических ресурсов сети Интернет.

№ п/п	Источник
1.	<i>Задачи по линейной алгебре : учебно-методическое пособие. Часть 1. Матрицы. Определители. Системы линейных уравнений / Е. М. Аристова, К. П. Лазарев. – Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2018. – Режим доступа: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m18-256.pdf</i>
2.	<i>Методические указания для решения задач по курсу "Алгебра" (Линейные пространства): Для студентов 1-го курса дневн. и вечерн. отделений / Сост. Ю.В.Бондаренко, Т.Н.Глушакова, Е.С.Тихомирова. — Воронеж, 2000. — 32 с.</i>
3.	<i>Алгебра и геометрия (решение систем линейных уравнений, вычисление определителей): Метод. указания для решения задач по курсу "Алгебра и геометрия" для студентов 1 курса дневн. и вечерн. отд-ний фак. ПММ / Сост.: Т.Н.Глушакова, Ю.В.Бондаренко. — Воронеж, 2000. — 32с.</i>
4.	<i>Алгебра и геометрия: Метод. указания для решения задач по курсу "Алгебра и геометрия" для студентов 1 курса дневн. и вечерн.отд-ний фак. ПММ / Сост. Ю.В.Бондаренко, Т.Н.Глушакова, Е.С.Тихомирова. — Воронеж, 2001. — Ч. 3: Линейные пространства. - 36 с.</i>
5.	<i>Функции от матриц : учебное пособие для вузов : [для студентов днев. отд-ния, изуч. дисциплины "Алгебра", "Линейная алгебра"]; для направлений: 01.03.02 - Приклад. математика и информатика, 01.03.03 - Механика и мат. моделирование, 01.05.01 - Фундамент. математика и механика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост. Т.Н. Глушакова, К.П. Лазарев. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015. — 23 с.</i>
6.	<i>Евклидовы и унитарные пространства : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 1 к. днев. отд-ния фак. прикл. математики, информатики и механики, изуч. дисциплины "Алгебра"</i>

	<i>и "Линейная алгебра"; для направлений: 01.03.02 - Приклад. математика и информатика, 01.03.03 - Механика и мат. моделирование, 01.05.01 - Фундамент. математика и механика] / Т.Н. Глушакова, К.П. Лазарев, Ю.В. Бондаренко ; Воронеж. гос. ун-т .— Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2015 .— 25 с.</i>
7.	<i>Билинейная и квадратичная формы [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для вузов : [для студ. 1 к. всех форм обучения фак. приклад. математики, информатики и механики; для направлений: 01.03.02- Приклад. математика и информатика, 02.04.03 - Механика и мат. моделирование] / Т.Н. Глушакова, К.П. Лазарев ; Воронеж. гос. ун-т .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : Издательский дом ВГУ, 2016 .</i>
8.	<i>Руководство к решению задач по алгебре. Часть 1 / Т. Н. Глушакова, Н. Н. Удоденко, Ю. В. Бондаренко. – Воронеж, 2002. – 67 с.</i>
9.	<i>Руководство к решению задач по алгебре. Часть 2. Жорданова форма матрицы и жорданов базис / Н. Н. Удоденко, Т. Н. Глушакова. – Воронеж, 2003. – 43 с.</i>
10.	<i>Руководство к решению задач по алгебре. Часть 3. Линейные пространства / Ю. В. Бондаренко, Т. Н. Глушакова, Е. С. Тихомирова. – Воронеж, 2002. – 36 с.</i>
11.	<i>Руководство к решению задач по алгебре. Часть 4. Комплексные числа / Т. Н. Глушакова, И. Б. Крыжко. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010. – 21 с.</i>
12.	<i>Руководство к решению задач по алгебре. Часть 5. Элементы теории многочленов / Т. Н. Глушакова, И. Б. Крыжко. – Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2010. – 15 с.</i>

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «», размещённый на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведённые в п.15в.

При реализации учебной дисциплины используются информационные электронно-образовательные ресурсы www.liv.vsu.ru и <https://e.lanbook.com>.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Компьютер преподавателя, мультимедиа-проектор, доска маркерная или меловая, специализированная мебель.

Windows 10 (лицензионное ПО); LibreOffice (свободное и/или бесплатное ПО); Adobe Reader (свободное и/или бесплатное ПО); Notepad ++ (свободное и/или бесплатное ПО); 7-zip (свободное и/или бесплатное ПО); Mozilla Firefox (свободное и/или бесплатное ПО)

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Роль и место дисциплины в системе математического образования	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	-
2.	Матрицы	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 1
3.	Множества. Отображения. Отношения	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания.

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
4.	Системы линейных алгебраических уравнений. Матричные уравнения.	ОПК-1 ОПК-5	ОПК-1.1, ОПК-1.2 ОПК-5.1	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 1
5.	Перестановки без повторений.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 1
6.	Определители.	ОПК-1 ОПК-5	ОПК-1.1, ОПК-1.2 ОПК-5.1	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 1
7.	Ранг матрицы.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 1
8.	Вещественное линейное пространство	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 2
9.	Базисный минор матрицы.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 2
10.	Обратная матрица.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 2
11.	Критерий совместности системы линейных уравнений. Правило (метод) Крамера.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 2
12.	Структура решений системы линейных уравнений.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 2
13.	Простейшие задачи аналитической геометрии	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 2
14.	Векторы. Системы координат.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 3
15.	Уравнение множества на плоскости. Алгебраическая линия на плоскости	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 3
16.	Прямая на плоскости	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 3
17.	Алгебраические линии второго порядка.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 3
18.	Уравнение множества в пространстве.	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 4
19.	Плоскость и прямая в пространстве	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 4
20.	Поверхности второго порядка	ОПК-1	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Практико-ориентированные задания. Контрольная работа 4
Промежуточная аттестация форма контроля – экзамен(I семестр); экзамен (II семестр)				Перечень вопросов. Типовые практические задания см. ниже 1.

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Текущий контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: *практико-ориентированные задания/домашние задания, контрольная работа.*

Практико-ориентированные задания/домашние задания выполняются на каждом практическом занятии в аудитории и дома во время самоподготовки. При этом формируются знания, умения и навыки для формализации типовых задач, подбора методов решения и реализации этих методов.

Примеры.

1. Решите систему методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x - 5y + 3z + t = 5, \\ 3x - 7y + 3z - t = -1, \\ 5x - 9y + 6z + 3t = 7, \\ 4x - 6y + 3z = -4. \end{cases}$$

2. Найдите базу системы векторов $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ в пространстве \mathbb{R}^3 и выразите все векторы системы через векторы базы, если:

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, e_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, e_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

3. Докажите, что матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ образуют базис в линейном пространстве $R^{2 \times 2}$ и найдите в этом базисе координаты матрицы $X = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$.

4. Найдите обратную матрицу к матрице:

$$\begin{pmatrix} 1 & 7 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & 3 \end{pmatrix}.$$

5. Найти размерность пространства решений однородной системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x - 5y + 3z + t = 0, \\ 3x - 7y + 3z - t = 0, \\ x - 2y - 2t = 0. \end{cases}$$

6. Решите систему $\begin{cases} 2x - 5y + 3z = 5, \\ 3x - 7y + 3z = -1, \\ 5x - 9y + 6z = 7 \end{cases}$ методом Гаусса.

7. Заданы координаты векторов в некотором базисе:

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \\ -7 \end{pmatrix}. \text{ Проверьте, являются ли эти векторы линейно зависимыми.}$$

8. Докажите, что матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ образуют базис в линейном пространстве $R^{2 \times 2}$ и найдите в этом базисе координаты матрицы $X = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -5 & 1 \end{pmatrix}$.

9. Найдите угол между векторами $\bar{p} = -5\bar{a} - 2\bar{b}$ и $\bar{q} = 3\bar{a} + 7\bar{b}$, если \bar{a} и \bar{b} взаимно перпендикулярные орты.

10. В декартовой прямоугольной системе координат на плоскости заданы координаты точки $M(4,1)$ и уравнение прямой $L: 4x - y + 3 = 0$. Найдите уравнение прямой, проходящей через точку M перпендикулярно прямой L .
11. Пусть на плоскости задана полярная система координат и выбрана декартова прямоугольная система координат так, что её начало совпадает с полюсом, положительная полуось абсцисс – с полярной осью, положительная полуось ординат получается вращением полярной оси на угол $\pi/2$ против часовой стрелки. Для трёх точек плоскости установите соответствие между их прямоугольными декартовыми координатами 1) $(-2,0)$, 2) $(-2,2)$, 3) $(0,2)$ и полярными координатами а) $(2\sqrt{2}, \frac{3\pi}{4})$, б) $(2, \frac{\pi}{2})$, в) $(2, \pi)$.

Практико-ориентированные задания для формирования компетенции ОПК-5 с индикаторами ОПК-5.1.

1. Составить алгоритм приведения матрицы к верхней ступенчатой. Реализовать алгоритм и протестировать. Выяснить точность и скорость работы. Представить краткий отчёт.
2. Составить алгоритм приведения матрицы к нижней ступенчатой. Реализовать алгоритм и протестировать. Выяснить точность и скорость работы. Представить краткий отчёт.
3. Составить алгоритм приведения матрицы к верхней трапециевидной. Реализовать алгоритм и протестировать. Выяснить точность и скорость работы. Представить краткий отчёт.
4. Составить алгоритм приведения матрицы к нижней трапециевидной. Реализовать алгоритм и протестировать. Выяснить точность и скорость работы. Представить краткий отчёт.
5. Составить алгоритм приведения матрицы к верхней трапециевидной с единичной подматрицей в первых ненулевых строках и в первых столбцах. Реализовать алгоритм и протестировать. Выяснить точность и скорость работы. Представить краткий отчёт.
6. Составить алгоритм приведения матрицы к нижней трапециевидной с единичной подматрицей в первых ненулевых столбцах и в первых строках. Реализовать алгоритм и протестировать. Выяснить точность и скорость работы. Представить краткий отчёт.
7. Составить алгоритм вычисления определителя приведением матрицы к верхней треугольной. Реализовать алгоритм и протестировать. Выяснить точность и скорость работы. Представить краткий отчёт.
8. Составить алгоритм вычисления определителя приведением матрицы к нижней треугольной. Реализовать алгоритм и протестировать. Выяснить точность и скорость работы. Представить краткий отчёт.
9. Составить алгоритм решения системы методом Гаусса, используя задачи 1, 3, 5. Реализовать алгоритм и протестировать. Выяснить точность и скорость работы. Представить краткий отчёт.

Критерий оценивания решения задачи	Шкала оценок
Обучающийся показал полное знание программного материала; продемонстрировал владение понятийным аппаратом и терминологией; представил логически корректное решение и нашёл правильный ответ.	5 (отлично)
Обучающийся показал полное знание программного материала, умение пользоваться понятийным аппаратом, пред-	4 (хорошо)

ставил в целом логически корректное, но не во всех деталях аргументированное решение задачи или допустил негрубые ошибки в последовательности решения, не влияющие на реализацию метода решения.	
Обучающийся показал фрагментарное, поверхностное знание программного материала, продемонстрировал затруднения с использованием понятийного аппарата для выполнения задания. Решение задачи не завершено, но метод решения выбран верно.	3 (удовлетворительно)
Обучающийся имеет существенные пробелы в знаниях методов и подходов к решению задачи и в умениях применять их на практике. Задача не решена, метод решения не указан или выбран неверно.	2 (неудовлетворительно)

Контрольные работы.

Контрольные работы являются достаточно точным средством проверки знаний, умений и навыков формализации типовых задач, подбора метода решения и выполнения решения задач. Контрольные работы выполняются в аудитории и состоят из нескольких заданий на различные темы.

Комплект заданий для контрольной работы №1

Вариант 1

1. Вычислите степени матрицы A^n , $n \in N$, если $A = \begin{pmatrix} c & d & 0 \\ 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & c \end{pmatrix}$.

2. Разлагая по 2-му столбцу, вычислите определитель

$$\begin{vmatrix} 5 & a & 2 & -1 \\ 3 & b & 4 & -3 \\ 2 & c & 6 & -2 \\ 4 & d & 8 & -4 \end{vmatrix}.$$

3. Решите матричное уравнение с помощью элементарных преобразований:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -8 & 3 & 0 \\ 1 & 9 & 3 \\ 10 & 15 & 6 \end{pmatrix}.$$

4. При помощи элементарных преобразований найдите ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 5 & 3 \\ 2 & 5 & 0 & 8 & 9 \\ 2 & 6 & 1 & 8 & 11 \end{pmatrix}$.

Укажите её базисный минор, базисные столбцы и выразите один из небазисных столбцов в виде линейной комбинации базисных столбцов.

5. Заданы координаты векторов в некотором базисе

$$a_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 0 \\ -10 \end{pmatrix}.$$

Проверьте, являются ли эти векторы линейно зависимыми.

Вариант 2

1. Вычислите степени матрицы A^n , $n \in N$, если $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}$.

2. : Найдите обратную матрицу к матрице $\begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 7 & 3 \end{pmatrix}$.

3. Найдите базис пространства решений однородной системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x - 5y + 3z + t = 0, \\ 3x - 7y + 3z - t = 0, \\ x - 2y - 2t = 0. \end{cases}$$

4. Заданы координаты векторов в некотором базисе:

$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}, a_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}, a_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \\ -7 \end{pmatrix}$. Проверьте, являются ли эти векторы линейно зависимыми.

5. Разлагая по 3-й строке, вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 & 4 & 1 \\ 7 & -1 & 3 & 5 \\ a & b & c & d \\ 3 & -5 & 2 & 3 \end{vmatrix}.$$

Комплект заданий для контрольной работы №2

Вариант 1

1. Вычислите угол между векторами $\vec{p} = -5\vec{a} - 2\vec{b}$ и $\vec{q} = 3\vec{a} - 7\vec{b}$, если \vec{a} и \vec{b} – взаимно перпендикулярные орты.
2. Пусть $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ – ортонормированный базис, образующий левую тройку векторов. Разложите вектор $\vec{Q} = [(4\vec{a} + 5\vec{b} + 6\vec{c}), (2\vec{a} + 8\vec{b} + 3\vec{c})]$ по базису $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ и найдите его длину.
3. Даны две точки $A(-5,1)$ и $B(4,-3)$. На оси ординат найти такую точку M , чтобы прямые AM и BM были перпендикулярны друг к другу. Система координат прямоугольная.
4. Найдите углы между асимптотами гиперболы, если её эксцентриситет $e = 2$.
5. Каковы будут координаты точки $A(3,-5)$ после того, как прямоугольные оси координат, в которых она задана, повернуть около начала на прямой угол против часовой стрелки.

Вариант 2

1. Зная, что $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 6$ и угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен $\pi/3$, определить, при каком значении коэффициента t векторы $\vec{p} = t\vec{a} + 12\vec{b}$ и $\vec{q} = 7\vec{a} - 4\vec{b}$ окажутся перпендикулярными.
2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{P} = 3\vec{A} + 4\vec{B}$ и $\vec{Q} = \vec{A} - 7\vec{B}$, где \vec{A} и \vec{B} – единичные взаимно перпендикулярные векторы.
3. Напишите в ДПСК уравнение прямой, проходящей через точку $(-3,2)$ и наклонённой к оси Ox под углом 150° .
4. Вычислите полуоси гиперболы, зная, что расстояние между фокусами равно 8 и расстояние между директрисами равно 6.
5. Вычислить расстояние между двумя точками, заданными в полярной системе координат $A(4; \pi/8)$ и $B(5; 7\pi/8)$.

Описание технологии проведения:

Текущая аттестация проводится на занятии одновременно во всей учебной группе в виде письменной контрольной работы в течение — 1 час 35 минут.

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания):

Для оценивания результатов контрольной работы используется следующая шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Критерии оценивания:

каждую задачу оцениваем по критерию оценивания решения задачи, при этом оценки 2 заменяем на 0, затем сумму баллов делим на число задач в контрольной работе и получаем среднее значение оценок всех задач — K , далее из следующей таблицы находим оценку контрольной работы

K	Оценка контрольной работы
$K \geq 4,5$	5 (отлично)
$3,5 \leq K < 4,5$	4 (хорошо)
$2,5 \leq K < 3,5$	3 (удовлетворительно)
$K < 2,5$	2 (неудовлетворительно)

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: *перечень вопросов и практические задания*

Перечень вопросов для промежуточной аттестации:

I семестр ч.1 Линалг.

1. Определение матрицы. Виды матриц. Подматрица.
2. Равенство матриц. Операции умножения матрицы на число, сложения матриц, умножения матриц. Простейшие свойства основных операций.
3. Дополнительные свойства операций умножения матрицы на число, сложения матриц, умножения матриц.
4. Операции транспонирования и вычитания матриц и их свойства. Степени матрицы. Свойства степеней матрицы. Многочлены от матрицы. Линейная комбинация матриц.
5. Коммутирующие матрицы и их свойства.
6. Множества. Операции над множествами. Бинарные отношения.
7. Определение отображения (преобразования). Свойства отображений. Обратное отображение и его свойства.
8. Элементарные преобразования матриц.
9. Приведение матрицы к ступенчатой форме.
10. Система линейных уравнений. Запись системы в матричном и векторном виде. Эквивалентные системы. Элементарные преобразования системы.
11. Нахождение решений системы линейных уравнений методом Гаусса.
12. Нахождение решений матричных уравнений.
13. Перестановки. Свойства перестановок.
14. Определитель n -го порядка (определение). Частные случаи определителя для $n=2$, $n=3$. Определитель треугольной матрицы. Эквивалентное правило «знака» члена определителя. Формула развёртывания определителя квадратной подматрицы.
15. Свойства определителя.

16. Миноры. Алгебраические дополнения. Разложение определителя по минорам нескольких строк или столбцов (теорема Лапласа).
17. Следствия из теоремы Лапласа. Определитель суммы двух матриц.
18. Определитель блочно-треугольной матрицы. Определитель произведения квадратных матриц.
19. Ранг матрицы. Сохранение ранга при элементарных преобразованиях матрицы. Вычисление ранга.
20. Вещественное линейное пространство, его простейшие свойства. Подпространство линейного пространства. Критерий подпространства.
21. Линейная комбинация векторов, линейная независимость и линейная зависимость векторов.
22. Базисный минор, базисные строки и базисные столбцы матрицы. Теорема о базисном миноре и её следствия.
23. Размерность линейного пространства. Базис линейного пространства и координаты вектора в базисе. Свойства координат. Связь понятий размерности и базиса.
24. Обратная матрица. Свойства обратных матриц.
25. Нахождение и применения обратных матриц.
26. Критерий совместности системы линейных уравнений (теорема Кронекера-Капелли). Правило (метод) Крамера (вывод формулы решения системы линейных уравнений с невырожденной матрицей).
27. Структура решений однородной системы линейных уравнений. (Общее решение однородной СЛУ. Фундаментальная система решений однородной СЛУ.)
28. Структура решений неоднородной системы линейных уравнений. (Общее решение неоднородной СЛУ.)

ч.2 Ан_геом.

1. Понятие вектора.
2. Операции сложения векторов и умножения вектора на число. Свойства операций (свойства 1-8 и 1-6 с доказательством).
3. Операции сложения векторов и умножения вектора на число. Свойства операций (свойства 1-8 и 7-8 с доказательством).
4. Разложение векторов. Линейная зависимость и независимость векторов в V_3 .
5. Размерность линейного пространства. Подпространства в V_3 . Размерность подпространств в V_3 .
6. Базис линейного пространства. Координаты вектора в базисе линейного пространства. Свойства координат. Базисы в подпространствах из V_3 .
7. Аффинная система координат (АСК). Декартова прямоугольная система координат (ДПСК). Аффинные координаты точки. Декартовы координаты точки.
8. Три вида параллельных проекций точек и векторов; ортогональная проекция точек и векторов. Выражение координат проекции точки (вектора) через координаты точки (вектора) при специальном выборе базиса.
9. Свойства проекций. Ось. Величина проекции вектора на ось (на вектор). Свойства величины проекции. Выражение величины ортогональной проекции вектора на ось.
10. Скалярное произведение двух векторов. Свойства, вычисление и применение скалярного произведения.
11. Правая (левая) тройка векторов. Векторное произведение двух векторов. Его свойства, вычисление и применение.
12. Смешанное произведение трёх векторов. Его свойства, вычисление и применение.
13. Связь координат точки в различных аффинных системах координат.
14. Полярная система координат на плоскости. Цилиндрическая и сферическая системы координат в пространстве.
15. Уравнение множества на плоскости.

16. Алгебраическая линия на плоскости. Неизменность порядка алгебраической линии на плоскости при изменении аффинной системы координат. Уравнения алгебраических линий 1-го и 2-го порядка на плоскости.
17. Алгебраические линии первого порядка на плоскости --- прямые. Различные виды уравнений прямой на плоскости.
18. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Угол между двумя прямыми на плоскости.
19. Нормальное уравнение прямой на плоскости в ДПСК. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
20. Алгебраические линии второго порядка. Эллипс.
21. Алгебраические линии второго порядка. Гипербола. Парабола.
22. Преобразование общего уравнения алгебраической
23. линии второго порядка при переходе к другой ДПСК на плоскости. Инварианты линии второго порядка. Типы линий второго порядка. Канонические уравнения линий второго порядка.
24. Уравнение множества в пространстве.
25. Алгебраические поверхности в пространстве. Неизменность порядка алгебраической поверхности в пространстве при изменении аффинной системы координат. Уравнения алгебраических поверхностей 1-го и 2-го порядка в пространстве.
26. Алгебраические поверхности первого порядка --- плоскости. Различные виды уравнений плоскости.
27. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве.
28. Нормальное уравнение плоскости в ДПСК. Расстояние от точки до плоскости.
29. Прямая в пространстве. Различные уравнения прямой в пространстве.
30. Угол между двумя плоскостями. Угол между двумя прямыми в пространстве. Угол между прямой и плоскостью.
31. Используя метод сечений, построить поверхность в пространстве (эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды, цилиндры, конусы).

Примеры практических заданий приведены в п. 20.1.

Промежуточная аттестация проводится в виде письменного экзамена (90 минут) и последующего собеседования. Оцениваются результаты обучения по дисциплине (знания, умения, навыки), соотнесённые с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения.

Каждый контрольно-измерительный материал (билет) содержит два теоретических вопроса из 1 и 2 части перечня вопросов для промежуточной аттестации и два практических задания, аналогичных заданиям п. 20.1. Для получения положительной оценки студент должен ответить хотя бы на один теоретический вопрос билета и решить хотя бы одну практическую задачу.

Для оценивания результатов обучения на экзамене используется следующая шкала: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
Студент демонстрирует глубокое знание основных фактов теории и умение доказать некоторые из них, уверенно применяет различные методы и подходы для формализации задач и их решения. Правильно решает сформулированные задачи.	<i>Повышенный уровень</i>	<i>Отлично</i>

Студент демонстрирует знание основных понятий и фактов теории с минимальными доказательствами, проводит правильные рассуждения, иногда допуская несущественные неточности. Умеет применять теоретические положения для решения практических задач. При решении задач допускает некоторые неточности.	<i>Базовый уровень</i>	<i>Хорошо</i>
Студент имеет неглубокие теоретические знания, демонстрирует знание основных методов и алгоритмов на частных примерах. Испытывает затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач. Решает с погрешностями половину задач.	<i>Пороговый уровень</i>	<i>Удовлетворительно</i>
Студент демонстрирует фрагментарные знания или отсутствие знаний, фрагментарные умения или отсутствие умений, фрагментарные навыки или отсутствие навыков. В ответе приводятся бессистемные сведения, относящиеся к поставленному вопросу, но не дающие ответа на него; отсутствует ответ на вопрос или содержание ответа не совпадает с поставленным вопросом. Студент демонстрирует непонимание теоретических основ и базовых понятий курса, не знает методов решения типовых задач.	-	<i>Неудовлетворительно</i>

Порядок формирования КИМ промежуточной аттестации

Пример контрольно-измерительного материала (1 семестр)

Направление подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Дисциплина Аналитическая геометрия и основы линейной алгебры

Курс первый

Форма обучения очная

Вид аттестации промежуточная

Вид контроля экзамен

Контрольно-измерительный материал № ____

1. Операции транспонирования и вычитания матриц и их свойства. Степени матрицы. Свойства степеней матрицы. Многочлены от матрицы. Линейная комбинация матриц.
2. Три вида параллельных проекций точек и векторов; ортогональная проекция точек и векторов. Выражение координат проекции точки (вектора) через координаты точки (вектора) при специальном выборе базиса
3. В декартовой прямоугольной системе координат заданы уравнения прямой L $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-12}{-6}$. Найдите угол между этой прямой и плоскостью Oxy
4. Найдите базу системы векторов $\{e_1, e_2, e_3, e_4\}$ в пространстве \mathbb{R}^3 и выразите все векторы системы через векторы базы, если:

$$e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, e_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, e_3 = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}, e_4 = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ.

Диагностическая аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: *тестовые задания*.

Проверяется сформированность компетенции ОПК-1 с индикаторами ОПК-1.1, ОПК-1.2 и компетенции ОПК-5 с индикаторами ОПК-5.1.

Тестовые задания:

1. Чему равно произведение матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$? Ответ: $\begin{pmatrix} -1 & 4 \\ -1 & 8 \end{pmatrix}$.

2. Чему равна сумма матриц $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$? Ответ: $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 6 \end{pmatrix}$.

3. Чему равен определитель матрицы $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 8 \end{vmatrix}$? Ответ: 6.

4. Решите матричное уравнение $AX = B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$. Ответ: $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

5. Найти матрицу, обратную матрице $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Ответ: $A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$.

6. Найдите ранг матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -8 & 5 \\ -3 & 5 & 4 & 3 \\ -3 & 2 & 6 & 1 \end{pmatrix}$. Ответ: 2.

7. Решите систему методом Гаусса: $\begin{cases} x + 2y + 3z = 2, \\ 2x + 5y + 8z = 4 \\ 3x + 8y + 12z = 7. \end{cases}$ Ответ: $\begin{cases} x = 1, \\ y = 2, \\ z = -1. \end{cases}$

8. Найти значение многочлена $f(x) = x^2 - 1$ от матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$. Ответ: $B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$.

9. Найдите базис пространства решений системы $\begin{cases} x + 2y + 3z = 0, \\ 2x + 5y + 8z = 0, \\ 3x + 7y + 11z = 0. \end{cases}$

Ответ: любой вектор $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = c \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}, c \neq 0$.

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания):

Критерий оценивания	Шкала оценок
Верный ответ	1 балл
Неверный ответ	0 баллов

Описание технологии проведения:

Каждое задание требует для выполнения до 9 мин.

Оценка теста

Критерии оценки :

Отлично	Правильно решено не менее 80% заданий
Хорошо	Правильно решено менее 80% и не менее 60% заданий
Удовлетворительно	Правильно решено менее 60% и не менее 40% заданий
Неудовлетворительно	Правильно решено менее 40% заданий