

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
Системного анализа и управления
Проф. Курбатов В.Г.
31.03.2025_г.

Курбатов

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.11 Оптимальное управление динамическими системами

1. Код и наименование направления подготовки:

01.03.02 Прикладная математика и компьютерные технологии

2. Профиль подготовки:

Прикладная математика и компьютерные технологии

3. Квалификация выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

Системного анализа и управления

6. Составители программы: Задорожний Владимир Григорьевич доктор физ. мат. наук, профессор

7. Рекомендована: Научно-методическим советом факультета прикладной математики, информатики и механики НМС протокол №6 от 17.03.2025

отметки о продлении вносятся вручную)

8. Учебный год: 2028/2029

Семестр(ы): 7

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целями освоения учебной дисциплины являются:

- изучение основ теории задач оптимального управления динамическими процессами непрерывной и дискретной природы, получение необходимых концептуальных представлений, достаточных для понимания, оценки существующих алгоритмов решения оптимизационных задач и, если необходимо, разработки новых методов и подходов решения новых типов таких задач.

Задачи учебной дисциплины:

- освоение математических методов оптимального управления динамическими процессами;
- приобретение навыков построения приближенного оптимального решения и содержательной интерпретации результатов, полученных при управлении динамическими процессами.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: учебная дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 учебного плана.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников):

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-2	Способен подготовить элементы документации, проекты планов и программы проведения отдельных этапов работ	ПК-2.1	Осуществляет планирование и готовит программы проведения отдельных этапов работ	Знать: Основные типы задач оптимизации Уметь: Формализовать задачи в виде математических моделей. Владеть: Основными законами естествознания
ПК-4	Способен разрабатывать комплекс требований к программному обеспечению, осуществлять его проектирование с учетом особенностей предметной области для решения прикладных задач в естественных науках, промышленности и бизнесе и управлять работами по созданию (модификации) и сопровождению информационных ресурсов	ПК-4.2	Разрабатывает концептуальную модель прикладной области, проводит математическую формализацию и реализацию решения прикладных задач, разрабатывает технические спецификации на программные компоненты и их взаимодействие, и ИР	Знать: Примеры оптимизационных задач, для которых созданы работающие компьютерные программы. Уметь: Применять известные методы формализации и составлять техническую документацию задачи. Владеть: Методами оценки трудоемкости формализованных задач и способов численного решения задач.

ПК-5	Способен выполнять работы по созданию (модификации), управлению и сопровождению ИТ-решений, с использованием современных языков программирования, пакетов прикладных программ моделирования методов параллельной обработки данных	ПК-5.2	Разрабатывает управленческое, организационное и технологическое обеспечение кодирования на языках программирования для решения прикладных задач в естественных науках, промышленности и бизнесе	<p>Знать: Основные приемы программирования и некоторые языки программирования.</p> <p>Уметь: Использовать пакеты прикладных программ, уметь вносить изменения в разрабатываемые программы.</p> <p>Владеть: Основами методов распараллеливания вычислений и распараллеливания работ над проектом, владеть информацией о квалификации сотрудников и умением организовать совместный труд.</p>
------	---	--------	---	---

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час — 2 / 72 .

Форма промежуточной аттестации *зачет с оценкой*

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			7	№ семестра
Аудиторные занятия		48	48	
в том числе:	лекции	32	32	
	практические			
	лабораторные	16	16	
Самостоятельная работа		24	24	
в том числе: курсовая работа (проект)				
Форма промежуточной аттестации (<i>зачет с оценкой.</i>)		0	0	
Итого:		72	72	

13.1. Содержание дисциплины

	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Формализация прикладных задач	Задача о брахистохроне	Методы оптимизации(бак)
1.2	Общая постановка задач оптимального управления	Постановка задачи, пример	Методы оптимизации(бак)
1.3	Необходимые условия минимума.	Необходимые условия минимума в задачах с фиксированными концами времени. Условия трансверсальности.	Методы оптимизации(бак)
1.4	Вывод условий для про-	Необходимые и достаточные условия слабого и	Методы оп-

	стейшей задачи вариационного исчисления	сильного минимума	тимизации(бак)
1.5	Метод градиентного спуска в задачах оптимального управления	Градиентный метод	Методы оптимизации(бак)
1.6	Решение задач с помощью уравнения Беллмана	Динамическое программирование	Методы оптимизации(бак)
1.7	Принцип максимума Понтрягина	Условие максимума	Методы оптимизации(бак)
2.. Лабораторные работы			
2.1	Формализация прикладных задач	Задача о брахистохроне	Методы оптимизации(бак)
2.2	Общая постановка задач оптимального управления	Постановка задачи, пример	Методы оптимизации(бак)
2.3	Необходимые условия минимума.	Необходимые условия минимума в задачах с фиксированными концами времени. Условия трансверсальности.	Методы оптимизации(бак)
2.4	Вывод условий для простейшей задачи вариационного исчисления	Необходимые и достаточные условия слабого и сильного минимума	Методы оптимизации(бак)
2.5	Метод градиентного спуска в задачах оптимального управления	Градиентный метод	Методы оптимизации(бак)
2.6	Решение задач с помощью уравнения Беллмана	Динамическое программирование	Методы оптимизации(бак)
2.7	Принцип максимума Понтрягина	Условие максимума	Методы оптимизации(бак)

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				Всего
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	
1	Формализация прикладных задач	2		0	2	6
2	Общая постановка задач оптимального управления	2		2	2	6
3	Необходимые условия минимума.	6		2	4	12
4	Вывод условий для простейшей задачи вариационного исчисления	6		2	4	12
5	Метод градиентного спуска в задачах оптимального управления	6		3	4	12

6	Решение задач с помощью уравнения Беллмана	4		3	2	8
7	Принцип максимума Понтрягина	6		4	6	16
	Итого	32		16	24	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Курс предполагает отведение большого числа разделов на самостоятельную работу студентов. Приведенные источники позволяют в полной мере самостоятельно изучить студентами данные разделы.

Материал по каждой теме излагается последовательно с использованием ранее введенных определений, обозначений и доказательств. Необходима постоянная самостоятельная проработка и усвоение изложенного на занятиях материала.

Желателен просмотр материала по данной учебной дисциплине с опережением лекций с использованием рекомендуемой в данной учебной программе литературы.

Приветствуются вопросы студентов по теме учебной дисциплины и смежным вопросам в ходе аудиторных занятий.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Амтетков, А. В. Введение в методы оптимизации : учеб. пособие/ А. В. Амтетков, В. С. Зарубин, А. Н. Канатников. - Москва : Финансы и статистика, 2011. - 272 с. - ISBN 978-5-279-03251-8. - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785279032518..
2	Пантелеев, А. В. Методы оптимизации в примерах и задачах : учебное пособие / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. — 4-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 512 с. — ISBN 978-5-8114-1887-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/168850

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Задорожний В.Г. Методы оптимизации : пособие для студентов / В.Г. Задорожний, Е.Л. Ульянова. – Воронеж : Изд-во Воронеж, ВГУ, 2004. – 31 с.
4	Алексеев В.М. Сборник задач по оптимизации/ В.М. Алексеев, Э.М. Галеев, В.М. Тихомиров. М.: Физматлит, 2007. – 255 с.
5	Алюшин В.М., Колобашкина Л.В. Методы оптимального управления. Уч. Пособ. МИФИ, 2020, 176 с. – Электрон. Дан. – СПб., Лань.
6	Горелик, В.А. Исследование операций и методы оптимизации: Учебник / В.А. Горелик. - М.: Academia, 2018. - 384 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы (официальные ресурсы интернет)*:

№ п/п	Ресурс
1	Васильев Ф.П. Методы оптимизации. Кн.1 [Электронный ресурс] : . — Электрон. дан. — М. : МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2011. — 620 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9304
2	Васильев Ф.П. Методы оптимизации. Кн.2 [Электронный ресурс] : . — Электрон. Дан. — М. : МЦНМО (Московский центр непрерывного математического образования), 2011. — 433 с. — Режим доступа: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=9305 —
3	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – Режим доступа: https://lib.vsu.ru/
4	Методы оптимизации(бак)/ В.Г. Задорожний. — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: https://edu.moodle.ru

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	<i>Задорожний В.Г. Методы оптимизации : пособие для студентов / В.Г. Задорожний, Е.Л. Ульянова. – Воронеж : Изд-во Воронеж, ВГУ, 2004. – 31 с.</i>
2	<i>Белоусова Е.П., Коструб И.Д. Методы оптимизации</i> http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/nov05111.pdf
3	<i>Методы оптимизации(бак)/ В.Г. Задорожний. — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: https://edu.moodle.ru</i>

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс «Методы оптимизации(бак)», размещенный на платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения лекций: специализированная мебель, доска (маркерная или меловая) компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуковоспроизведения), допускается использование переносного оборудования.

Программное обеспечение:

ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Google Chrome, Mozilla Firefox), с возможностью подключения к сети «Интернет» и платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами (MS Office, Мой Офис, Libre Office).

Учебная аудитория для проведения лабораторных работ, организации самостоятельной работы, проведения текущей и промежуточной аттестаций: специализированная мебель, персональные компьютеры в количестве, обеспечивающем возможность индивидуальной работы, компьютер преподавателя, мультимедийное оборудование (проектор, экран), допускается использование переносного оборудования.

Программное обеспечение:

ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Google Chrome, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами, таблицами (MS Office, Мой Офис, Libre Office), Matlab (лицензионное ПО); Visual Studio Code (свободное и/или бесплатное ПО); Wolfram Mathematica (свободное и/или бесплатное ПО); Anaconda (свободное и/или бесплатное ПО)

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Формализация прикладных задач	ПК-2, ПК-4	ПК-2.1, ПК-4.2	<i>Собеседования по темам, контрольная работа</i>
2.	Общая постановка задач оптимального управления	ПК-2, ПК-4	ПК-2.1, ПК-4.2	<i>Собеседования по темам, контрольная работа</i>

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
3	Необходимые условия минимума.	ПК-2, ПК-4	ПК-2.1, ПК-4.2	<i>Собеседования по темам,</i>
4	Вывод условий для простейшей задачи вариационного исчисления	ПК-2, ПК-4	ПК-2.1, ПК-4.2	<i>Собеседование по темам</i>
5	Метод градиентного спуска в задачах оптимального управления	ПК-2, ПК-5	ПК-2.1, ПК-5.2	<i>Собеседование, лабораторная работа</i>
6	Решение задач с помощью уравнения Беллмана	ПК-2, ПК-5	ПК-2.1, ПК-5.2	<i>Собеседование, лабораторная работа</i>
7	Принцип максимума Понтрягина	ПК-2, ПК-4, ПК-5	ПК-2.1, ПК-4.2, ПК-5.2	<i>Собеседование, лабораторная работа</i>
Промежуточная аттестация форма контроля – Зачет с оценкой				<i>Перечень вопросов см. ниже.</i>

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль текущей успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: собеседованием по темам, лабораторные работы.

Темы задач для лабораторных работ

1. Математическая модель задачи о брахистохроне.
2. Создать математическая модель задачи о брахистохроне с сопротивлением.
3. Выбрать класс функций, зависящих от одного параметра.
4. Найти оптимальную функцию методом деления отрезка пополам.
5. Выбрать класс функций, зависящих от двух параметров.
6. Решить задачу методом градиентного спуска.

Описание технологии проведения: собеседования по лабораторным работам

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

Оценка **«зачтено»** выставляется, если обучающийся предъявляет работающие компьютерные решения большинства заданий лабораторных работ и показывает понимание реализуемых алгоритмов в объеме, необходимом для предстоящей профессиональной деятельности; подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне.

Оценка **«незачтено»** выставляется, если обучающийся не в состоянии объяснить алгоритмы и запрограммировать более 1/3 всех заданий; не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Перечень вопросов к экзамену и порядок формирования КИМ

Контрольно-измерительный материал №_1_

1. Задача о брахистохроне.
2. Теорема Куна–Таккера.
3. Выписать уравнение Беллмана для задачи:

4.

$$\int_0^1 (\sin^2(x(t)u(t)) + u^2(t)) dt \rightarrow \min$$

Контрольно-измерительный материал №2__

1. Теорема об опорной гиперплоскости.
2. Условия трансверсальности.
3. Выписать условие Лежандра для ПЗВИ

$$\int_0^1 (x^2 - \frac{1}{2} x'^2) dt$$

$$x(0) = 0, \quad x(1) = 1.$$

.....

Описание технологии проведения. Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.

Требования к выполнению заданий (или шкалы и критерии оценивания)

Для оценивания результатов обучения на зачете используются следующие показатели:

- 1) знание основных определений, примеров и формулировок теорем;
- 2) умение связывать теорию с практикой;
- 3) умение решать задачи вычислительного характера;
- 4) умение обосновывать (доказывать) основные факты теории.

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения.

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
<i>Полное соответствие ответа обучающегося на контрольно-измерительный материал всем перечисленным критериям</i>	<i>Повышенный уровень</i>	<i>отлично</i>
<i>Ответ на контрольно-измерительный материал соответствует первым трем критериям.</i>	<i>Базовый уровень</i>	<i>хорошо</i>
<i>Ответ обучающегося на контрольно-измерительный материал соответствует первым двум критериям.</i>	<i>Пороговый уровень</i>	<i>удовлетворительно</i>
<i>Ответ не соответствует первым двум критериям.</i>	–	<i>неудовлетворительно</i>

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

Вопросы с вариантами ответов

1. Для применения метода деления отрезка пополам в задаче нахождения точки минимума функции на отрезке требуется
- а) чтобы функция была выпуклой
 - б) чтобы функция была дважды дифференцируемой
 - в) чтобы функция была вогнутой
 - г) чтобы функция была задана на отрезке

Ответ: г)

2. Для применения метода золотого сечения в задаче нахождения точки минимума функции на отрезке требуется
- а) чтобы функция была выпуклой
 - б) чтобы функция была задана на отрезке
 - в) чтобы функция была дважды дифференцируемой
 - г) чтобы функция была вогнутой

Ответ: б)

3. Градиент функции указывает направление
- А) наибольшей скорости возрастания функции
 - Б) наибольшей скорости убывания функции
 - В) к точке минимума функции
 - Г) к точке максимума функции

Ответ: А)

4. Антиградиент функции $I = 3x^2 - y^2 - 3x + 4$ в точке $(0,0)$ равен
- А) вектору с компонентами 3, -4
 - Б) вектору с компонентами -3, 4
 - В) вектору с компонентами 2, -4
 - Г) вектору с компонентами 2, 4

Ответ: А)

5. Задача линейного программирования в нормальной форме является и
- А) задачей нахождения минимума функционала
 - Б) задачей нахождения максимума функционала
 - В) задачей выпуклого программирования
 - Г) задачей вариационного исчисления

Ответ: В)

Вопросы с кратким текстовым ответом

6. Дана задача на отыскание точки минимума функции $I = x^4 - y^2 - 1$ при условии, что выполняется равенство $\sin x - y = 1$. (Задача на условный экстремум). Укажите функцию Лагранжа для этой задачи

А) $L = \sin x - y - 1 + \lambda(x^4 - y^2 - 1)$

Б) $L = (x^4 - y^2 - 1) - \lambda(\sin x - y - 1)$

В) $L = \lambda_0(x^4 - y^2 - 1) - \lambda^2(\sin x - y - 1)$

Г) $L = \lambda_0(x^4 - y^2 - 1) + \lambda(\sin x - y - 1)$

Ответ: Г) $L = \lambda_0(x^4 - y^2 - 1) + \lambda(\sin x - y - 1)$

Описание технологии проведения:

Текущая аттестация проводится на занятии одновременно во всей учебной группе в виде теста в электронной образовательной среде «Электронный университет ВГУ». Большая часть вопросов проверяется автоматически, проверки преподавателем с ручным оцениванием требуют только отдельные вопросы, представленные в форме эссе. Ограничение по времени на каждую попытку — 30 минут

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

Для оценивания выполнения заданий используется балльная шкала:

1) закрытые задания (тестовые с вариантами ответов, средний уровень сложности) :

1 балл – указан верный ответ;

0 баллов – указан неверный ответ (полностью или частично неверный).

2) открытые задания (тестовые с кратким текстовым ответом, повышенный уровень

2 балла – указан верный ответ;

0 баллов – указан неверный ответ (полностью или частично неверный).

Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).