

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
Системного анализа и управления

Курбатов В.Г.
31.03.2025 г.

Курбатов

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.01.02.Оптимальное управление непрерывными системами
Код и наименование дисциплины в соответствии с Учебным планом

1. Шифр и наименование направления подготовки:

01.04.02 Прикладная математика и информатика

2. Профиль подготовки:

Базовый блок дисциплин

3. Квалификация (степень) выпускника: *магистр*

4. Форма обучения: *очная*

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

Системного анализа и управления

6. Составители программы: *Коструб И.Д., к. ф.-м.н., доцент*

7. Рекомендована: *Научно-методическим советом факультета прикладной математики, информатики и механики (протокол №6 от 17.03.2025)*
структуры, дата, номер протокола

8. Учебный год: *2026/27*

Семестр(-ы): *3*

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целями освоения учебной дисциплины являются:

– познакомить с реальными моделями оптимального управления и сформировать у студентов навыки построения математических моделей задач оптимального управления для формирования умений и навыков проводить работу по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований

Задачи учебной дисциплины:

- изучить необходимые и достаточные условия оптимального управления непрерывными системами,
- изучить задачи с подвижными концами и задачи с дифференциальными и интегральными ограничениями,
- изучить численные методы на основе принципа максимума Понтрягина и градиентные методы в задачах непрерывной оптимизации.
- познакомить с задачами оптимального управления для систем со случайно изменяющейся структурой;
- сформировать практические навыки анализа и обработки информации по тематике исследований;
- сформировать навыки выбора метода решения поставленной задачи с учетом имеющихся ресурсов, а также теоретического обобщения научных данных, результатов экспериментов и наблюдений.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Учебная дисциплина относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные спланируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-1	Способен проводить работы по обработке и анализу научно-технической информации, результатов исследований	ПК-1.2	Анализирует и обрабатывает информацию по тематике исследований.	Знать: классические математические методы для применения системного подхода при построении логических и математических моделей поставленных задач Уметь: проводить систематизацию наблюдаемых данных, подбирать адекватные логические и математические модели для решения поставленных задач Владеть: практическим опытом подбора наиболее адекватных источников информации по заданной теме, а также составление обзоров на основе найденных источников

		ПК-1.3	Выбирает методы решения поставленной задачи с учетом имеющихся ресурсов, а также теоретического обобщения научных данных, результатов экспериментов и наблюдений.	Знать: методы решения задач Уметь: решать задачи теоретического и прикладного характера из различных разделов прикладной математики, доказывать утверждения, строить модели объектов и понятий Владеть: Методами решения типовых уравнений и методами качественного исследования уравнений
--	--	---------------	---	---

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час— 3 / 108 .

Форма промежуточной аттестации зачет

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость			
		Всего	По семестрам		
			3		...
Аудиторные занятия		32	32		
в том числе:	лекции	16	16		
	практические	0	0		
	лабораторные	16	16		
Самостоятельная работа		76	76		
в том числе: курсовая работа (проект)					
Форма промежуточной аттестации (зачет –.)					
Итого:		108	108		

13.2 Содержание разделов дисциплины:

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Оптимизация в классе функций	Сведение задач к минимизации функций нескольких переменных	ОУНС_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=27496
1.2	Принцип максимума Понтрягина	Необходимые условия минимума. Условия трансверсальности. Необходимые и достаточные условия слабого и сильного ми-	ОУНС_1 https://edu.vsu.ru

		нимума в задачах вариационного исчисления. Метод градиентного спуска в задачах оптимального управления.	u/course/view.php?id=27496
1.3	Метод динамического программирования	Принцип оптимальности Беллмана. Решение задач с помощью уравнения Беллмана. Комбинаторные задачи.	ОУНС_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=27496
3. Лабораторные работы			
2.1	Оптимизация в классе функций	Сведение задач к минимизации функций нескольких переменных	ОУНС_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=27496
2.2	Принцип максимума Понтрягина	Необходимые условия минимума. Условия трансверсальности. Необходимые и достаточные условия слабого и сильного минимума в задачах вариационного исчисления. Метод градиентного спуска в задачах оптимального управления.	ОУНС_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=27496
2.3	Метод динамического программирования	Принцип оптимальности Беллмана. Решение задач с помощью уравнения Беллмана. Комбинаторные задачи.	ОУНС_1 https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=27496

13.3. Разделы дисциплины и виды занятий:

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Оптимизация в классе функций	2		2	24	28
2	Принцип максимума Понтрягина	7		7	26	38
3	Метод динамического программирования	7		7	26	38
	Итого:	16		16	76	108

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Материал по каждой теме излагается последовательно с использованием ранее введенных определений, обозначений и доказательств. Необходима постоянная самостоятельная проработка и усвоение изложенного на занятиях материала.

Программа предусматривает большой объем самостоятельной работы. Имеются учебные пособия и учебник, написанный на кафедре.

Желателен просмотр материала по данной учебной дисциплине с опережением лекций с использованием рекомендуемой в данной учебной программе литературы.

Приветствуются вопросы студентов по теме учебной дисциплины и смежным вопросам в ходе аудиторных занятий.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Алюшин, В. М. Методы оптимального управления : учебное пособие / В. М. Алюшин, Л. В. Колобашкина. — Москва : НИЯУ МИФИ, 2020. — 176 с. — ISBN 978-5-7262-2695-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/175406 .
2	Алексеев, В. М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи : учебное пособие / В. М. Алексеев, Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2011. — 256 с. — ISBN 978-5-9221-0590-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/2097..

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3	Задорожний В.Г. Методы оптимизации : пособие для студентов / В.Г. Задорожний, Е.Л. Ульянова. – Воронеж : Изд-во Воронеж, ВГУ, 2004. – 31 с.
4	Афанасьев В.Н. Математическая теория конструирования систем управления / В.Н. Афанасьев, В.Б. Колмановский, В.Р. Носов. – М. :Высш. Шк. – 2003. – 615 с.
5	Васильев Ф.П. Численные методы решения экстремальных задач/ Ф.П.Васильев, М.: Наука. – 1980.
6	Васильев Ф.П. Методы оптимизации/ Ф.П. Васильев , М.: МЦНМО. – 2011, - 434 с.
7	Ширяев, В.И. Исследование операций и численные методы оптимизации / В.И. Ширяев. - М.: Ленанд, 2017. - 224 с.
8	Ширяев, В.И. Исследование операций и численные методы оптимизации: Учебное пособие / В.И. Ширяев. - М.: Ленанд, 2015. - 216 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
9	www.vsu.ru ЗНБ ВГУ
10	Белоусова Е.П., Коструб И.Д. Методы оптимизации http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/nov05111.pdf
11	http://e.lanbook.com/ Электронно-библиотечная система "Издательство "Лань"
12	ОУНС_1 / И.Д.Коструб. — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=27496

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

№ п/п	Источник
1	Лесин, В. В. Основы методов оптимизации : учебное пособие / В. В. Лесин, Ю. П. Лисовец. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 344 с. — ISBN 978-5-8114-1217-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/168975 . — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2	Алюшин, В. М. Методы оптимального управления : учебное пособие / В. М. Алюшин, Л. В.

	Колобашкина. — Москва : НИЯУ МИФИ, 2020. — 176 с. — ISBN 978-5-7262-2695-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/175406 . — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3	ОУНС_1 / И.Д.Коструб — Образовательный портал «Электронный университет ВГУ». — Режим доступа: https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=27496

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий. Для организации занятий рекомендован онлайн-курс ОУНС_1 <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=27496>, а также Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения лекций: специализированная мебель, доска (маркерная или меловая) компьютер (ноутбук), мультимедийное оборудование (проектор, экран, средства звуко-воспроизведения), допускается использование переносного оборудования.

Программное обеспечение:

ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Google Chrome, Mozilla Firefox), с возможностью подключения к сети «Интернет» и платформе Электронного университета ВГУ (LMS moodle), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами (MS Office, Мой Офис, Libre Office).

Учебная аудитория для проведения лабораторных работ, организации самостоятельной работы, проведения текущей и промежуточной аттестаций: специализированная мебель, персональные компьютеры в количестве, обеспечивающем возможность индивидуальной работы, компьютер преподавателя, мультимедийное оборудование (проектор, экран), допускается использование переносного оборудования.

Программное обеспечение:

ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (GoogleChrome, MozillaFirefox), ПО AdobeReader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами, таблицами (MS Office, Мой Офис, Libre Office), Matlab (лицензионное ПО); Visual Studio Code (свободное и/или бесплатное ПО); Wolfram Mathematica (свободное и/или бесплатное ПО); Anaconda (свободное и/или бесплатное ПО)

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	1.Оптимизация в классе функций 2.Принцип максимума Понтрягина 3. Метод динамическо-	ПК-1	ПК-1.2 ПК-1.3	Лабораторные работы.

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
	го программирования			
Промежуточная аттестация форма контроля - зачет				Перечень вопросов см. ниже.

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль текущей успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: домашние задания, лабораторные работы.

Темы задач для лабораторных работ

1. Математическая модель задачи о брахистохроне.
2. Создать математическая модель задачи о брахистохроне с сопротивлением.
3. Выбрать класс функций, зависящих от одного параметра.
4. Найти оптимальную функцию методом деления отрезка пополам.
5. Выбрать класс функций, зависящих от двух параметров.
6. Решить задачу методом градиентного спуска.

Описание технологии проведения собеседования по лабораторным работам

Средство промежуточного контроля усвоения разделов дисциплины, организовано в виде собеседования преподавателя и обучающегося.

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

Оценка «зачтено» выставляется, если обучающийся предъявляет работающие компьютерные решения большинства заданий лабораторных работ и показывает понимание реализуемых алгоритмов в объеме, необходимом для предстоящей профессиональной деятельности; подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется, если обучающийся не в состоянии объяснить алгоритмы и запрограммировать более 1/3 всех заданий; не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств: собеседование по экзаменационным билетам к экзамену.

Вопросы для подготовки к зачету.

1. Общая постановка задачи оптимального управления.
2. Задача о брахистохроне.
3. Задача об оптимизации работы химического реактора.
4. Оптимизация в классе функций от одной переменной.
5. Оптимизация в классе функций, зависящих от двух переменных.

6. Необходимые условия минимума в задаче с фиксированными концами времени.
7. Принцип максимума Понтрягина.
8. Условия трансверсальности.
9. Разностный метод решения задачи оптимального управления.
10. Градиентный метод в задачах оптимального управления.
11. Метод динамического программирования.

Контрольно-измерительный материал №_1_

1. Задача о брахистохроне.
2. Условие Вейерштрасса.
3. Выписать уравнение Беллмана для задачи:

$$\int_0^1 (\sin^2(x(t)u(t)) + u^2(t))dt \rightarrow \min$$

Контрольно-измерительный материал №2__

1. Условия трансверсальности.
2. Выписать условие Лежандра для ПЗВИ

$$\int_0^1 (x^2 - \frac{1}{2} x'^2) dt$$

$$x(0) = 0, \quad x(1) = 1.$$

Описание технологии проведения экзамена

Средство промежуточного контроля усвоения разделов дисциплины, организованное в виде собеседования преподавателя и обучающегося.

Требования к выполнению заданий, шкалы и критерии оценивания

Оценка «зачтено» выставляется, если обучающийся показывает знание основного материала в объеме, необходимом для предстоящей профессиональной деятельности; не в полной мере демонстрирует способность применять теоретические знания для анализа практических ситуаций; выполнил не менее 2/3 всех предложенных заданий и задач или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой ошибки и трех недочетов, при наличии четырех-пяти недочетов; допускает незначительные ошибки при оформлении работы; подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой на минимально допустимом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется, если обучающийся имеет существенные пробелы в знаниях основного учебного материала по дисциплине; если число ошибок и недочетов в работе превысило норму для оценки «зачтено» или обучающийся выполнил правильно менее 2/3 всех заданий и задач; допускает грубые ошибки при оформлении работы; не подтверждает освоение компетенций, предусмотренных программой.