

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой
математического моделирования



М.Ш. Бурлуцкая

25.05.2023г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.10 Задачи теории устойчивости

- 1. Код и наименование направления подготовки:** 01.03.04 Прикладная математика
- 2. Профиль подготовки:** Применение математических методов к решению инженерных и экономических задач
- 3. Квалификация выпускника:** Бакалавр
- 4. Форма обучения:** Очная
- 5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:**
Кафедра математического моделирования
- 6. Составитель программы:** Савченко Галина Борисовна, к.ф.-м.н., доцент
- 7. Рекомендована:** Научно-методическим советом математического факультета, протокол № 0500-06 от 25.05.2023
- 8. Учебный год:** 2025/2026 **Семестр:** 6

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Цели освоения учебной дисциплины: - продемонстрировать суть вариационных методов как математической основы строительной механики авиационных и ракетных конструкций; - уяснить основы теории устойчивости равновесия тонкостенных стержней, пластин и оболочек.

Задачи учебной дисциплины: - обрести навык решения задач прочности и устойчивости балок, стержней, пластин с помощью методов Ритца, Галеркина и конечных разностей; - понять, что в современном программном обеспечении в расчетах на прочность и устойчивость заложены идеи вариационных методов; - понять принципиальную важность тщательности подготовки исходных данных для расчетов на прочность и устойчивость (выбор конечного элемента, формулировка граничных условий, сопряжение элементов конструкции).

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП: Блок 1, вариативная часть.

Для успешного освоения дисциплины необходимы знания и умения, приобретенные в результате обучения по предшествующим дисциплинам: «Математический анализ», «Основы функционального анализа», «Теория функций комплексного переменного», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики», «Математическое моделирование».

Студент должен свободно владеть математическим анализом, теорией функций комплексной переменной, обладать полными знаниями курса обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных, знаниями теории интегралов Лебега, теории банаховых и гильбертовых пространств.

Знание методов построения устойчивых решений задач для систем линейных и нелинейных уравнений является базовым при изучении математических моделей различных физических, химических, биологических, социальных процессов.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-2	Способен разрабатывать математические модели и проводить вычислительные эксперименты при решении инженерных и экономических задач	ПК-2.1	Знает современные методы разработки и реализации математических моделей	Знать: современные методы разработки и реализации математических моделей;
		ПК-2.2	Проверяет адекватность математических моделей исследуемым инженерным и экономическим задачам	Уметь: проверять адекватность математических моделей исследуемым инженерным и экономическим задачам;
		ПК-2.3	Проводит анализ результатов применения математических моделей и вычислительных экспериментов, реализованных в процессе решения инженерных и экономических задач	Владеть: навыками анализа результатов применения математических моделей и вычислительных экспериментов, реализованных в процессе решения инженерных и экономических задач.

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/часах — 4 /144.

Форма промежуточной аттестации: экзамен

13. Виды учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость		
		Всего	По семестрам	
			6 семестр	
Контактная работа		64	64	
в том числе:	лекции	32	32	
	практические	32	32	
	лабораторные	-	-	
	курсовая работа	-	-	
	контрольные работы	-	-	
Самостоятельная работа		44	44	
Промежуточная аттестация (зачет – 0 час./экзамен – <u>36</u> час.)		36	36	
Итого:		144	144	

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК *
1. Лекции			
1.1	Метод функций Ляпунова	Устойчивость в целом. Проблема Айзермана.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
1.2	Устойчивость систем регулирования с переменной структурой	Системы регулирования с переменной структурой. Предварительные замечания. Постановка задачи.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
		Системы второго порядка. Стабилизация систем второго порядка.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
		Системы третьего порядка. Стабилизация систем третьего порядка.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
		Устойчивость систем третьего порядка.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
		Системы n-го порядка. Стабилизация систем n-го порядка.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
		Системы с ограничением в критическом случае.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
		Стабилизация системы.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
		Нелинейные системы с переменной структурой.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
		Регулирование по координате x. Регулирование по координате и ее производной.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
		Исследование системы третьего порядка с разрывной поверхностью переключения.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
		Система с форсированным скользящим режимом.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
Пример системы третьего порядка с форсированным скользящим режимом.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811		
2. Практические занятия			
2.1	Метод функций Ляпунова	Устойчивость в целом.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
2.2	Устойчивость	Системы регулирования с переменной	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811

систем регулирования с переменной структурой	структурой. Постановка задачи.	
	Стабилизация систем второго порядка.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
	Стабилизация систем третьего порядка.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
	Устойчивость систем третьего порядка.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
	Стабилизация систем n-го порядка.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
	Системы с ограничением в критическом случае. Стабилизация системы.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
	Контроль (написание реферата по теме).	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
	Нелинейные системы с переменной структурой.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
	Регулирование по координате и ее производной.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
	Исследование системы третьего порядка с разрывной поверхностью переключения.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
	Система с форсированным скользящим режимом.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811
	Пример системы третьего порядка с форсированным скользящим режимом.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Метод функций Ляпунова	2	2	0	4	8
2	Устойчивость систем регулирования с переменной структурой	30	30	0	40	100
	Итого:	32	32	0	44	108

Промежуточная аттестация в форме экзамена : 36

Всего: 144

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

В процессе преподавания дисциплины используются такие виды учебной работы, как лекции, практические занятия, а также различные виды самостоятельной работы обучающихся. На лекциях рассказывается теоретический материал, на лабораторных занятиях решаются примеры по теоретическому материалу, прочитанному на лекциях.

При изучении курса «Задачи теории устойчивости» обучающимся следует внимательно слушать и конспектировать материал, излагаемый на аудиторных занятиях. Для его понимания и качественного усвоения рекомендуется следующая последовательность действий.

1. После каждой лекции студентам рекомендуется подробно разобрать прочитанный теоретический материал, выучить все определения и формулировки теорем, разобрать примеры, изложенные на лекции. Перед следующей лекцией обязательно повторить материал предыдущей лекции.

2. Перед практическим занятием обязательно повторить лекционный материал. После практического занятия еще раз разобрать решенные на этом занятии примеры, после чего приступить к выполнению домашнего задания. Если

при выполнении домашних заданий, возникнут вопросы, обязательно задать на следующем практическом занятии или в присутственный час преподавателю.

3. При подготовке к практическим занятиям повторить основные понятия по темам, изучить примеры. Решая задачи, предварительно понять, какой теоретический материал нужно использовать. Наметить план решения, попробовать на его основе решить практические задачи.

4. Выбрать время для работы с литературой по дисциплине в библиотеке.

Вопросы лекционных и практических занятий обсуждаются на занятиях в виде устного опроса – индивидуального и фронтального. При подготовке к лекционным и практическим занятиям обучающимся важно помнить, что их задача, отвечая на основные вопросы плана занятия и дополнительные вопросы преподавателя, показать свои знания и кругозор, умение логически построить ответ, владение математическим аппаратом и иные коммуникативные навыки, умение отстаивать свою профессиональную позицию. В ходе устного опроса выявляются детали, которые по каким-то причинам оказались недостаточно осмысленными студентами в ходе учебных занятий. Тем самым опрос выполняет важнейшие обучающую, развивающую и корректирующую функции, позволяет студентам учесть недоработки и избежать их при подготовке к промежуточным аттестациям.

Все выполняемые студентами самостоятельно задания (выполнение контрольных и лабораторных работ) подлежат последующей проверке преподавателем. Результаты текущих аттестаций учитываются преподавателем при проведении промежуточной аттестации.

Курс размещен в системе «Электронный университет» (<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811>), где содержится учебно-методический комплекс, содержащий весь лекционный материал курса, а также необходимые рекомендации к выполнению практических заданий.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1	Сабитов К.Б. Уравнения математической физики / К.Б. Сабитов. – М.: Физматлит, 2013. – 352 с. // «Университетская библиотека online»: электронно-библиотечная система.. – URL: http://biblioclub.ru

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
2	Барбашин Е.А. Введение в теорию устойчивости / Е.А. Барбашин. – М. : «Наука», 1967. – 223 с. http://mathscinet.ru/files/BarbashinEA.pdf
3	Костин А.В. К теории функциональных пространств / А.В. Костин, В.А. Костин. – Воронеж, : ИПЦ ВГУ, 2007. – 259 с.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
4	Полнотекстовая база «Университетская библиотека» : образовательный ресурс : <URL: http://www.biblioclub.ru >.
5	Портал «Информационно-коммуникационные технологии в образовании» : (http://www.ict.edu.ru/lib/813/). - Информационно-коммуникационные технологии в образовании.
6	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета: (http // www.lib.vsu.ru/).
7	Электронный курс(https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811)

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Электронный курс : < https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811 >.
2	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета : (http // www.lib.vsu.ru/).
3	Полнотекстовая база «Университетская библиотека» : образовательный ресурс : <URL: http://www.biblioclub.ru >.
4	Положение об организации самостоятельной работы обучающихся в Воронежском государственном университете

17. Информационные технологии, используемые для реализации учебной дисциплины, включая программное обеспечение и информационно-справочные системы (при необходимости)

Дисциплина может реализовываться с применением дистанционных образовательных технологий, например, на платформе «Электронный университет ВГУ (<https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=6811>)».

Перечень необходимого программного обеспечения: ОС MicrosoftWindows 7 Enterprise, MicrosoftWindows 10 Enterprise, браузер MozillaFirefox.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для проведения занятий лекционного и семинарского типа, текущего контроля и промежуточной аттестации; специализированная мебель.

Для самостоятельной работы используется класс с компьютерной техникой, оснащенный необходимым программным обеспечением, электронными учебными пособиями и законодательно - правовой и нормативной поисковой системой, имеющий выход в глобальную сеть.

При реализации дисциплины с использованием дистанционного образования возможны дополнения материально-технического обеспечения дисциплины

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1	Метод функций Ляпунова	ПК-2	ПК-2.1, ПК-2.2, ПК-2.3	Комплект КИМ № 1, результаты текущей аттестации: реферат и коллоквиум
2	Устойчивость систем регулирования с переменной структурой	ПК-2	ПК-2.1, ПК-2.2, ПК-2.3	Комплект КИМ № 1, результаты текущей аттестации: реферат и коллоквиум
Промежуточная аттестация Форма контроля - Экзамен				Комплект КИМ № 1

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
При ответе на контрольно-измерительный материал обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач в области курса	Повышенный уровень	Отлично
Обучающийся владеет теоретическими основами дисциплины,	Базовый	Хорошо

способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач в области изученного курса, но допускает незначительные ошибки при ответе на вопросы контрольно-измерительного материала	уровень	
Обучающийся владеет частично теоретическими основами дисциплины, фрагментарно способен иллюстрировать ответ примерами, но не умеет применять теоретические знания для решения практических задач в области изученного курса не умеет применять, допускает существенные ошибки при ответе на вопросы контрольно-измерительного материала	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки при ответе вопросы контрольно-измерительного материала	–	Неудовлетворительно

20. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Темы рефератов:

1. Проблема Айзермана.
2. Системы n -го порядка.
3. Стабилизация систем n -го порядка.
4. Регулирование по координате и ее производной.
5. Системы третьего порядка с разрывной поверхностью переключения.
6. Система с форсированным скольльзящим режимом.

Вопросы коллоквиума

Часть 1 (коллоквиум)
Устойчивость в целом. Проблема Айзермана.
Системы регулирования с переменной структурой.
Предварительные замечания. Постановка задачи.
Системы второго порядка.
Стабилизация систем второго порядка.
Системы третьего порядка
Стабилизация систем третьего порядка.
Устойчивость систем третьего порядка.
Определение системы n -го порядка.
Метод стабилизации систем n -го порядка.

При текущем контроле уровень освоения учебной дисциплины и степень сформированности компетенции определяются оценками «зачтено» и «не зачтено», которые формируются следующим образом:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
тема реферата соответствует содержанию, приводятся примеры математических моделей процессов, студент умеет работать с различными источниками научной информации, грамотно и правильно представлять свои результаты, отвечать на теоретические вопросы части 1	Достаточный уровень	Зачтено

тема реферата соответствует содержанию, нет примеров математических моделей процессов, студент не умеет и не может грамотно и правильно представлять свои результаты, не может ответить на теоретические вопросы части 1	–	Не зачтено
--	---	------------

20.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется в форме собеседования по экзаменационным билетам с помощью ниже приведенных оценочных средств (перечень вопросов к экзамену). В билет включаются два теоретических вопроса.

Перечень вопросов к экзамену:

№ п/п	1. Перечень вопросов к промежуточной аттестации (экзамен)
	Часть 1 (коллоквиум)
1	Устойчивость в целом. Проблема Айзермана.
2	Системы регулирования с переменной структурой.
3	Предварительные замечания. Постановка задачи.
4	Системы второго порядка.
5	Стабилизация систем второго порядка.
6	Системы третьего порядка
7	Стабилизация систем третьего порядка.
8	Устойчивость систем третьего порядка.
9	Определение системы n-го порядка.
10	Метод стабилизации систем n-го порядка.
	Часть 2
11	Системы с ограничением в критическом случае.
12	Стабилизация системы.
13	Нелинейные системы с переменной структурой.
14	Регулирование по координате x .
15	Регулирование по координате и ее производной.
16	Исследование системы третьего порядка с разрывной поверхностью переключения.
17	Система с форсированным скользящим режимом.
18	Пример системы третьего порядка с форсированным скользящим режимом.

Пример КИМ (экзамен)

Контрольно-измерительный материал №1

1. Системы второго порядка.
2. Пример системы третьего порядка с форсированным скользящим режимом.

Промежуточная аттестация предназначена для определения уровня освоения всего объема учебной дисциплины. Промежуточная аттестация по дисциплине «Задачи теории устойчивости» проводится в форме экзамена.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра. Результаты текущей аттестации обучающегося по решению кафедры могут быть учтены при проведении промежуточной аттестации. При несогласии студента, ему дается возможность пройти промежуточную аттестацию (без учета его текущих аттестаций) на общих основаниях.

При проведении экзамена учитываются результаты написания реферата и оценка преподавателя ответа студента на вопросы теоретической части 1.

При проведении экзамена учитываются результаты подготовки реферата на одну из предложенных тем. Для получения оценки по курсу в конце 8 семестра у обучающегося должна иметься оценка: «зачтено» по реферату и по вопросам теоретической части 1, и студент должен ответить на один вопрос КИМ в ходе проведения экзамена;

или студент должен ответить на два вопроса КИМ и дополнительный вопрос по

программе курса в ходе проведения экзамена, без учета результата оценки реферата и ответов на вопросы теоретической части 1.

Если промежуточная аттестация проводится в дистанционном формате, то обучающийся должен иметь компьютер и доступ в систему «Электронный университет». Если у обучающегося отсутствует необходимое оборудование или доступ в систему, то он обязан сообщить преподавателю об этом за 2 рабочих дня. На ответы на вопросы КИМ в дистанционном режиме отводится ограничение по времени 120 минут.

Контрольно-измерительные материалы промежуточной аттестации(экзамена) включают в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень полученных знаний и практические задания, позволяющие оценить степень сформированности умений и навыков.

Для оценивания результатов экзамена используется **шкала**: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Соотношение показателей, критериев и шкалы оценивания результатов обучения показаны в следующей таблице:

Критерии оценивания компетенций	Уровень сформированности компетенций	Шкала оценок
При ответе на контрольно-измерительный материал обучающийся в полной мере владеет понятийным аппаратом данной области науки (теоретическими основами дисциплины), способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач в области курса, студент умеет работать с различными источниками научной информации, грамотно и правильно представляет свои результаты, правильно отвечает на вопросы КИМ	Повышенный уровень	Отлично
Обучающийся владеет теоретическими основами дисциплины, способен иллюстрировать ответ примерами, применять теоретические знания для решения практических задач в области изученного курса, но допускает незначительные ошибки при ответе на вопросы контрольно-измерительного материала	Базовый уровень	Хорошо
Обучающийся владеет частично теоретическими основами дисциплины, фрагментарно способен иллюстрировать ответ примерами, но не умеет применять теоретические знания для решения практических задач в области изученного курса не умеет применять, допускает существенные ошибки при ответе на вопросы контрольно-измерительного материала	Пороговый уровень	Удовлетворительно
Ответ на контрольно-измерительный материал не соответствует любым из перечисленных показателей. Обучающийся демонстрирует отрывочные, фрагментарные знания, допускает грубые ошибки при ответе вопросы контрольно-измерительного материала	–	Неудовлетворительно

20.3 Фонд оценочных средств сформированности компетенций студентов, рекомендуемый для проведения диагностических работ

ПК-2. Способен разрабатывать математические модели и проводить вычислительные эксперименты при решении инженерных и экономических задач.

Перечень заданий для оценки сформированности компетенции:

Test1

Будет ли устойчивым решение дифференциального уравнения $\dot{x} = 0$, определяемое начальным условием $x_0(t_0) = C_0$

Варианты ответа:

1. решение устойчиво;

2. решение неустойчиво;
3. решение асимптотически устойчиво.

Ответ 1. решение устойчиво;

Решение: Решение имеет вид $x_0(t) = C_0$

Для всякого решения $x(t) = C$, удовлетворяющее условию $|C - C_0| < \delta = \varepsilon$ имеем:

$$|\dot{x}(t) - x_0(t)| = |C - C_0| = |C - C_0| < \varepsilon,$$

откуда

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} |x(t) - x_0(t)| = |C - C_0| \neq 0,$$

поэтому решение устойчиво

Test2

Будет ли устойчивым решение дифференциального уравнения, $\dot{x} = -2x$, определяемое начальным условием $x_0(t_0) = C_0$

Варианты ответа:

1. решение устойчиво;
2. решение неустойчиво;
3. решение асимптотически устойчиво.

Ответ 3. решение асимптотически устойчиво

Решение. Решение имеет вид $x_0(t) = C_0 e^{-2(t-t_0)}$. Пусть $x(t) = C e^{-2(t-t_0)}$ – произвольное решение этого уравнения, удовлетворяющее условию $|C - C_0| < \delta = \varepsilon$. Тогда

$$|\dot{x}(t) - x_0(t)| = |C e^{-2(t-t_0)} - C_0 e^{-2(t-t_0)}| = e^{-2(t-t_0)} |C - C_0| < \varepsilon,$$

откуда

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} |x(t) - x_0(t)| = |C - C_0| \lim_{t \rightarrow +\infty} e^{-2(t-t_0)} = 0,$$

т.е. решение асимптотически устойчиво.

Test3

Будет ли устойчивым решение дифференциального уравнения, $\dot{x} = x$, определяемое начальным условием $x_0(t_0) = C_0$

Варианты ответа:

1. решение устойчиво;
2. решение неустойчиво;
3. решение асимптотически устойчиво.

Ответ 2. решение неустойчиво

Решение. Решение имеет вид $x_0(t) = C_0 e^{(t-t_0)}$. Пусть $x(t) = C e^{(t-t_0)}$ – произвольное решение этого уравнения, удовлетворяющее условию $|C - C_0| < \delta = \varepsilon$. Тогда

$$|\dot{x}(t) - x_0(t)| = |C e^{(t-t_0)} - C_0 e^{(t-t_0)}| = e^{(t-t_0)} |C - C_0|,$$

может быть сколь угодно большим числом при достаточно больших t , т.е. решение неустойчиво.

Test4

Определить характер и исследовать на устойчивость точку покоя системы

$$\dot{x} = -2x - 3y$$

$$\dot{y} = x + y$$

Варианты ответа:

1. устойчивый фокус;
2. устойчивый узел;
3. седло, точка покоя неустойчива

Ответ 1. устойчивый фокус.

Решение. Характеристическое уравнение

$$\begin{vmatrix} -2-\lambda & -3 \\ 1 & 1-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + \lambda + 1 = 0$$

имеет корни $\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{-3} = -\frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$. Корни комплексные, $\text{Re } \lambda_{1,2} < 0$ – устойчивый фокус

Test5

Определить характер и исследовать на устойчивость точку покоя системы

$$\dot{x} = -2x$$

$$\dot{y} = x + y$$

Варианты ответа:

1. устойчивый фокус;
2. устойчивый узел;
3. седло, точка покоя неустойчива

Ответ 3. седло, точка покоя неустойчива

Решение. Характеристическое уравнение

$$\begin{vmatrix} -2-\lambda & 0 \\ 1 & 1-\lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + \lambda - 2 = 0$$

имеет корни $\lambda_{1,2} = -\frac{1}{2} \pm \frac{3}{2}$. Корни действительные и разных знаков – седло, точка покоя неустойчива.

Задания открытого типа (короткий текст): Test6-10

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Test6

Система дифференциальных уравнений 1-го порядка

$$\begin{aligned} y'_1(x) &= f_1(x, y_1, \dots, y_n), \\ y'_2(x) &= f_2(x, y_1, \dots, y_n), \\ &\dots \\ y'_n(x) &= f_n(x, y_1, \dots, y_n), \end{aligned}$$

Называется системой.

Ответ: нормальной, нормальная

Test7

Решением нормальной системы на интервале $a < x < b$ называется совокупность функций $y_1 = \phi_1(x), \dots, y_n = \phi_n(x)$

..... дифференцируемых на (a, b) и обращающих уравнения системы в тождества относительно $x \in (a, b)$.

Ответ: непрерывных, непрерывно

Test8

Интегралом нормальной системы называется функция $\Psi(x, y_1, \dots, y_n)$, определенная и непрерывная вместе с частными производными $\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \frac{\partial \Psi}{\partial y_1}, \dots, \frac{\partial \Psi}{\partial y_n}$ в некоторой области D изменения переменных и принимающая при любых $x \in (a, b)$ значение при подстановке в нее произвольного решения системы.

Ответ: постоянное, постоянные

Test9

Равенство $\Psi(x, y_1, \dots, y_n) = C$,

где $\Psi(x, y_1, \dots, y_n)$ – интеграл нормальной системы, а C – произвольная постоянная, называется первым нормальной системы.

Ответ: интегралом, интеграл

Test10 (введите числовое значение)

При каких значениях параметра ($a \in \mathbb{R}$) $a = \dots$ решение дифференциального уравнения $\dot{x} = ax$, определяемое начальным условием $x_0(t_0) = C_0$ будет устойчивым, но не асимптотически устойчивым?

Ответ $a = 0$

Решение. Если $a = 0$, то решение имеет вид $x_0(t) = C_0$.

Для всякого решения $x(t) = C$ с условием $|C - C_0| < \delta = \varepsilon$ имеем

$$|x(t) - x_0(t)| = |C - C_0| < \varepsilon.$$

Но

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} |x(t) - x_0(t)| = |C - C_0| \neq 0,$$

а потому решение устойчиво, но не асимптотически устойчиво.

Задания открытого типа (короткий текст): Test 11-20

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

Test 11

Система дифференциальных уравнений порядка

$$y_1'(x) = f_1(x, y_1, \dots, y_n),$$

$$y_2'(x) = f_2(x, y_1, \dots, y_n),$$

.....

$$y'_n(x) = f_n(x, y_1, \dots, y_n),$$

называется нормальной системой.

Ответ: первого

Test 12

Система дифференциальных уравнений первого порядка

$$y'_1(x) = f_1(x, y_1, \dots, y_n),$$

$$y'_2(x) = f_2(x, y_1, \dots, y_n),$$

.....

$$y'_n(x) = f_n(x, y_1, \dots, y_n),$$

называется нормальной

Ответ: системой, система

Test 13

Решением нормальной системы на интервале $a < x < b$ называется совокупность функций $y_1 = \phi_1(x), \dots, y_n = \phi_n(x)$ непрерывно на (a, b) и обращающих уравнения системы в тождества относительно $x \in (a, b)$.

Ответ: дифференцируемых, дифференцируемые

Test 14

Интегралом нормальной системы называется функция $\Psi(x, y_1, \dots, y_n)$, определенная и вместе с частными производными $\frac{\partial \Psi}{\partial x}, \frac{\partial \Psi}{\partial y_1}, \dots, \frac{\partial \Psi}{\partial y_n}$ в некоторой области D изменения переменных и принимающая при любых $x \in (a, b)$ постоянное значение при подстановке в нее произвольного решения системы.

Ответ: непрерывная, непрерывна

Test 15

Равенство $\Psi(x, y_1, \dots, y_n) = C$,

где $\Psi(x, y_1, \dots, y_n)$ – интеграл нормальной системы, а C – произвольная, называется первым интегралом нормальной системы.

Ответ: постоянная, константа

Test 16

Динамическая система называется, если в правые части уравнений этой системы время t не входит явным образом.

Ответ: автономной, стационарной

Test 17

Плоскость xOy называется фазовой плоскостью, а кривая $x = \varphi(t)$, $y = \psi(t)$ -
 траекторией системы $\dot{x} = f_1(t, x, y)$,
 $\dot{y} = f_2(t, x, y)$.

Ответ: фазовой, фазовая

Test 18

Динамическая система определяет поле движущейся в плоскости
 точки в любой момент времени t .

Ответ: скоростей, скорости

Test 19

Решение динамической системы $x = x(t)$, $y = y(t)$ - это уравнения движения точки: они
 определяют положение движущейся точки в любой момент времени t . Условия,
 которые задают положение точки в момент времени t_0 : $x(t_0) = x_0$, $y(t_0) = y_0$,
 называют условиями

Ответ: начальными, начальные

Test 20

Если решение $X_0(t)$ не только устойчиво, но, кроме того, при условии $|x_i(t_0) - \varphi_i(t_0)| < \delta(\varepsilon)$,
 $i = 1, 2, \dots, n$, удовлетворяет соотношению

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} |x_i(t) - \varphi_i(t)| = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

то это решение называется устойчивым.

Ответ: асимптотически, асимптотическим

Критерии и шкалы оценивания заданий ФОС:

I. Тестовые задания.

1) Задания закрытого типа (выбор одного варианта ответа, верно/неверно):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

2) Задания закрытого типа (множественный выбор):

- 2 балла – указаны все верные ответы;

- за каждый верный ответ ставится 1 балл, при этом за каждый неверный ответ вычитается 1 балл;
- 0 баллов — не выбрано ни одного верного ответа.

3) Задания закрытого типа (на соответствие):

- 2 балла – все соответствия определены верно;
- за каждое верное сопоставление ставится количество баллов, равное максимальному (2 балла), деленному на количество предлагаемых в вопросе сопоставлений;
- 0 баллов – ни одно сопоставление не выбрано верно.

4) Задания открытого типа (короткий текст):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.

II. Расчетные задачи.

1) Задания открытого типа (число):

- 2 балла – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ.